



kat. komp.

222645

Mag. St. Dr.

~~Crammickilly~~

1880. A. 703.

Doublet

Matem. 194 ⁹⁶

194

~~862431~~

Imo vydrinu (2)

Ukrośed k...
ARYTMETYKA

czyli

NAUKA

o
RACHUNKACH

Sposobem łatwym, y do wyż-
szej Matematyki Reguł przy-
stosowanym z Auktorow
wybornych

ZEBRANA.



W WARSZAWIE

w Drukarni J. K. M*Ci* y Rzeczypospolitey
u XX. *Scholarum Piarum*.

MDCCLXVI.

222645
L

Nemo ad Divinarum,
humanarumque rerum co-
gnitionem accedat, nisi
prius annumerandi artem
addiscat.

S. Augustinus Lib: de Doct: Christiana.

*Do Boskich, y Ludzkich
rzeczy poznania niechay
się nie zabiera, ktokolwiek
wprzod w nauce o Rachun-
kach wydoskonálny nie bę-
dzie.*

S. Augustyn w Księdze o nauce Chrześci:



Do Wielmożnego
JMCi PANA
MICHAŁA ROKICKIEGO
REGENTOWICZA, WIELKIEGO
XIĘSTWA LITEWSKIEGO.

Książka ta zamykająca w sobie
Naukę o Rachunkach, którą
WWMC Pan Dobrodziey Jmle-
niem swoim załzczyćć pozwoliłeś, iako
wszelkiej kondycyi Ludziom pożyteczna
jest, y potrzebna, tak każdy z nich, pożytku
swoiego pierwszym sprawcą, y Auktorem
WMCPana Dobrodzieia nazwać powinien,
z ktorego łaskawey Dobroci, skuteczne o-
patrzone mi są sposoby, na przyśłużenie się
publiczney wygodzie tą pracą moją.

Zaden nie będzie taki, ktoryby wspania-
łości umysłu WMCPana w tey mierze szaco-
wać niemiał, że w pierwszym wieku swe-

go zapędzie, wstępnie w ten tor, który do prawdziwej, y gruntownej chwały Człowieka nieomylnie prowadzi. Coż albowiem większą w potomne czasy chwałę Człowiekowi ziednać może? iako publiczney swym nakładem służyć wygodzie? y nauki w Ojczyſtym Kraiu swą rozkrzewiać pomocą? Tę myśl mieli wielcy owi w Ojczyźnie naszej Ludzie, których ſława z laty ſię pomnaża, ZAMOYSCY, KRYCCY, KMITOWIE, y inni, ażeby przez podwignienie nauk, y Ziomkom ſwoim łatwe do uſzczeſliwienia, y Sobie naypewnieyſze do chwały opatrzyli ſpoſoby. Na ktorych naśladowaniu że WMCPan piękne dzieł ſwoich gruntuieſz początki, któż wrożyć niema? że podobnychże niegdyś, co oni, z nich dla ſiebie doczekasz ſię ſkutkow? Luboć w Świętey pamięci OYCU TWOIM, nayſkuteczneyſzy, bo Domowy maſz Przykład,

ktorego

ktorego pięknemi idąc ślady, niezawodną
do Chwały, Godności, y powszechney Efty-
my, uścielesz sobie drogę. Masz życie JE-
GO na chwalebnych strawione dziełach.
Szczera, y prawdziwą Obywatelską uczyn-
nością, tak Ziomkow swoich ku sobie po-
ciągnął serca, że Go gruntownie kochali,
poważali statecznie. Cnotą, y Sprawiedli-
wością żarliwego Obywatela wypełnił obo-
wiązki. Rostropnością zaś swoją znacznie
pomnożył, a pomnożone przezornością u-
trzymywał Fortuny swoje. Szły zatem ie-
dnomyślnie wszystkich Obywatelow ku nie-
mu chęci, kiedy sześć razy Poselska, siedm
razy Deputacka, powierzone były Mu Fun-
kcyę. Szedł zatem winny takowym Oby-
watelom Honor, kiedy z sprawiedliwego na
JEGO zasługi względu, Regencyą W. X. Lit.
przyozdobiony został. Idzie zatem Sława,
ktora Imię Jego późney konsekreuje pamięci.

Ten

Ten to jest abrys, w który iako w zwierciadło WMCPan wpatrując się, a obyczaje, y wszystkie postęпки swoje z nim konfrontując, wszystkim życzliwym Jmieniowi Swojemu, pożąday OYCA TWOIEGO, a Oyczyźnie, ze wszech miar użyteczny, w Osobie swoiey wystawisz obraz. Jakoż znakomite WMCPana ku naukom przywiązanie, łagodne, y miłe postęпки, wrodzona Serca Dobroć, są już niezawodnym dalszych pięknych WMCPana dzieł, a nadszycich terazniejszych nadziei, gruntem.

Niech BOG szacowne WMCPana konserwuje zdrowie, a piękne stwierdza zamyśły; z których niegdyś pożytek Oyczyźna, zaliczyt Krewni, ukontentowanie Przyjacieli, WMCPan zaś sam, pewne chwały, y Honorow mogłbyś korzystać stopnie. Tego życzyć za osobliwszą mam sobie powinność, zostaiący nieskończenie WMCPana Dobrod:

DO CZYTELNIKA.

Wielu jest, którzy Arytmetykę Ludziom szczególnie handlem, lub Reiesrani bawiącym się, potrzebną bydz mniemają. Mądrych Ludzi daleko inſe w tey mierze jest zdanie, którzy z własnego doświadczenia najlepiey o tey Scyencyi sądzić umieją. Geometrya, Fizyka, Architektura Cywilna, y Zolnierska, zgola wszystkie Scyencye Praktyczne bez Arytmetyki niedostępne, y po więkſzey części niezrozumiane są, tak dalece: że Plato Arytmetykę wstępem do wszystkich innych Stuk, y umiętności bydz mieni.

Spóſób, który w przepiſaniu Reguł Rachunkowych w tey Książce zachowałem, ſpodziewam się, że każdy łatwym, y wielce użytecznym bydz osądzi, zwłaszcza, że wzięty jest z wybornych, którzy w tym gatunku bydz mogą Auktorow, a osobliwie z X. Paulina Chelucciego S. P. sławnego niegdyś Krasomostwa w Akademii Rzymskiej Professora, y z X. Dalhama, publicznego w Akademii Wiedeńskiej Matematyki, y Filozofii Nauczyciela.

Nowość

Nowość słow, które z Łacińskich terminow staratem się wyłożyć, ażeby nikogo niezrażała, przydawałem natychmiast y terminy Łacińskie toż samo znaczące, aż z czasem otarłszy się, w zwyczaj, y w powszechnie używanie wniądą.

Fundamenta, y Demonstracye wszystkich Operacyi Rachunkowych, które przytoczyłem, w każdym ten powinny uczynić skutek, naprzód, że pozna iż nie bez przyczyny każda Operacya tak odprawować się powinna, a tym samym lepiej sobie ją wbić w pamięć. Powtore, że przyzwyczająwszy się do tych krótszych, y łatwiejszych w Arytmetyce Demonstracyi, z większą potym snadnością daleko trudniejszą w Algebrze, w Matematyce, y w Fizyce poymie.

Progressy o których dosyć obszerną dałem naukę, do Trygonometryi, y do Logarytmow nieskończenie są potrzebne. Frakcye Dziesiętkowe do Algebry, z ktorey dokładniejszą ich Opisanie, y Demonstracye każdy do dalszej Matematyki zabierający się, wyczyta.



NAU-



NAUKA O RACHUNKACH

ARYTMETYKA jest pierwsza część
MATEMATYKI zamykająca w sobie naukę o liczbie, czyli sposób rachowania. Części iey generalnie jest pięć: *Rachunek prosty, Addycya, Subtrakcya, Multiplikacya y Dywizya.*

Charakterow czyli Figur Arytmetycznych jest dziewięć: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. którym dodaje się zero czyli Cyfra 0. Ta przez siebie nic nieważy, ale przydana na końcu inney liczby, cenę iey dziesięć razy podnosi; tak przydana na końcu dwuch. 20. czyni dziesięć razy dwa to jest dwadzieścia, przydana na końcu pięciu, 50. czyni dziesięć razy pięć to jest pięćdziesiąt.

Liczbę rodzaje różne są: Inna jest liczba prosta *numerus simplex* iedną wyrażona figurą. *naprzykład, 5.* Inna liczba składana, *Numerus Compositus*, która więcey figur w sobie zamyka *np. 12, 123*

A

Liczbę

Liczby iednego gatunku *Numeri homogenei*; są te, przez które wyrażają się rzeczy iednego rodzaju *np.* same złote, same funty, lub same łokcie.

Liczby różnego gatunku *Numeri heterogenei* są te, które znaczą rzeczy różne między sobą rodzaju. *np.* Złote, Grodze, Szelągi, albo też Dni, Godziny, Minuty.

Liczby iednego gatunku, można, do ławać, odciągać, mnożyć, y dzielić, ale liczb różnego gatunku bynajmniej, aż poki niebędą na ieden gatunek redukowane.

Liczba Całkowita *numerus Integer* wyraża mi rzecz całą. Liczba Łamana *numerus fractus* część tylko rzeczy iakiej w sobie zawiera.

Liczba łamana wyraża się dwoma liczbami, z których iedna nad linią położona, zowie się Licznik, *Numerator*, y pokazuje mi wiele mian części z rzeczy podzieloney. Druga Liczba pod Linią położona, zowie się Mianownik, *Denominator* y pokazuje, na wiele części rzecz ową podzielona była. Tak *np.* $\frac{3}{4}$. znaczy, że rzeczy iakiej, dajmy godziny, na cztery części podzieloney, trzy części już upłynęło. Mając tudzież $\frac{2}{3}$ iednego Złotego znaczy: że Złoty cały na trzy części, to jest

-83)(3)(83-

jest na trzy dzieńki: po dzieliwży z tych trzech części mam dwie u siebie to jest: Groszy 20.

ROZDZIAŁ I.

O Rachunkach Liczb Całkowitych jednego, y różnego gatunku.

PROPOZYCYA I.

Daney Liczby cenę wyrazić.

Vaprzód. Potrzeba wiedzieć, że każda Liczba od miejsca, na którym położona jest, waler iwoy bierze. Tak położona na pierwszym miejscu od końca, czyli od ręki prawey, znaczy liczby pojedyncze proste, a wyraźniej mówią: znaczy same jednostki. Położona na drugim miejscu od końca, znaczy dziesiątki, na trzecim, sta, na czwartym, tysiące, na piątym, dziesiątki tysięcy, na szóstym, sta tysięcy, na siódmym, miliony, na ósmym, dziesiątki milionów, na dziewiątym sta milionów, na dziesiątym, tysiące milionów, y tak daley.

Powtórę. Do łatwego tedy wyrażenia waleru liczby daney, ipolob naylepszy byłby się z laic, całą ową liczbę zacząwszy od końca porozdzielić, tak; zeby w ka-

zdey przedziałce, trzy liczby zamykały się. Pierwsza przedziałka będzie w sobie zamykała, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze proste. Druga przedziałka będzie w sobie zamykała, sta, dziesiątki y liczby pojedyncze tysięcy. Trzecia, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze milionow; Czwarta sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze tysięcy milionow. Piąta, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze Bilionow.

Potrzenie. Jeżeliby zaś liczba do zrachowania dana, obizernieyła była. potrzeba procz tego nad każdą liczbą siódma, zaczynając zawsze rachować od liczb pojedynczych, położyć znak milionow, Bilionow, trylionow, kładąc np. nad pierwszą siódmą liczbą 1, nad drugą 2, nad trzecią 3, y tak daley.

Tak niechay będzie liczba następująca:

²52, ¹329, 189, 602, 800.

Ta liczba podzielona wzwyż namienionym sposobem; ma w sobie przedziałek pięć, że z. s. w piątej przedziałce, dwie tylko liczby są, znać że tamże set nie ma; a podług ostatniego sposobu, kładąc nad każdą liczbą siódmą znak milionowy; na z w piątej przedziałce przypadają Biliony. Tak tedy liczbę daną wymawiam.

Pięćdzie-

~~83~~ (5) (83)
 Pięćdziesiąt y dwa Bilionow, trzyśta
 dwadzieścia y dziewięć tysięcy milionow,
 sto ośmdziesiąt y dziewięć milionow sześć
 set dwa tysiące, ośm set Złotych.

Przestroga. Gdy zaś liczbę daną pisać
 przyjdzie, wzgląd na to mieć potrzeba, aże-
 by miejsca, które się w wymawianiu opuszczają,
 cyframi spełniać. Tak gdy mam wyra-
 zić: milion, dwadzieścia y pięć tysięcy, sto
 ośm Złotych, ponieważ w wymawianiu sta
 tysięcy, y dziesiątki proste opuszczam, za-
 czym na ich miejscu cyfrę kładę y następują-
 cym sposobem daną Summę piszę.

¹
 1, 025, 108.

Podobnymże sposobem chcąc wyrazić dzie-
 sięć milionow, sto dziewięć tysięcy ośmdziesiąt
 Złotych. Miejsca pojedynczych milionow,
 dziesiątkow tysięcy, set, y liczb pojedynczych
 prostych cyframi dopełniam, ponieważ w
 wymawianiu opuszczają się.

¹
 10, 109, 080.

PROPOZYCYA II.

Liczby dane, tak icdnego, iako y ro-
 żnego gatunku zbierać.

Addycya czyli dodanie, jest wielu liczb
 w iedną Summę zebranie, np. 2 a 3 a 4
 a 1 czynią 10. Liczby które zbieram, zo-

wią się liczby dane do zniesienia, *numeri dati*. Liczba zaś która z zebrania danych liczb wynika, zowie się kwota, czyli *Summa generalna*. *Summa, aggregatum*. Z tego Summa generalna, z liczb danych, jako z części swoich, istotnie składa się; zgod idzie: iż części owe spełnia w niej mieścić się powinny, tak: żeby w Summie generalney, nic, ani mniej, ani więcej, nad nie, nieznał dow. to się. Tak biorąc przykład poprzeczaj. y. w Summie generalney to, nic więcej, ani mniej, nieznał się nad dwa, trzy, cztery, y. i. e. n; y. wiżytkie te części z niej ośiąwży. Summa cała, bez najmniejszey reizty niknie.

Żeby tedy Addycyą należycie odprawić, potrzeba *naprzód*, liczby dane porządkie jedną pod drugą ułożyć, żeby liczby podobne, czyli jedności jednościom, dziesiątki, dziesiątkom, sta, stóm, tysiące, tysiącom korrespondowały. Bo inaczej, stóm z tysiącami, jednościom z dziesiątkami, przez omyłkę, równy dawałibysmy walor.

Porzute Liczby dane do zebrania tym sposobem ułożywszy, należy liniyką pokazyścić pod torą. Summa generalna, powstanie, czym stanie się, że Summy generalney z częściami iey niezmierzamy.

Po-

Potrzebie Liczby dane zacząwszy od prawey ręki kolumnami dodawać, to iest nayprzod zbierać iedności, potym dzieśiątki, toż sta, y tak daley. Ieżeli zaś liczby z iedney kolumny zebrane więcej wynoszą nad dziewięć, w tenczas, liczby pojedyncze, ieżeli się, ktore od dzieśiątkow zostały, a ieżeli nie, to cyfrę, pod kolumną liczb pojedynczych podpisałwszy dzieśiątki, y sta, do kolumn dzieśiątkowych, y setnych odłożyć, y dopiero ie do liczb, ktore się w owych kolumnach zbierają, dodać.

Przykład Addycji niechay będzie: Od Stworzenia Swiata do Potopu, wyszło lat:

	1656.
Od Potopu do Narodzenia Chryst:	2325.
Od Narodzenia Chrystusa do Roku	
teraznieyszego	1766.

Zebrawszy dane liczby, Summa 5747.

Pokazuje, że od Stworzenia Swiata, aż do Roku teraznieyszego, upłynęło już lat 5747.

Przykład drugi.

25189.

12212.

94158.

280.

10029.

Summa 141868.

W tym

W tym przykładzie, zebrawszy *naprzód* kolumnę liczb pojedynczych, dziewięć i ośm, czynią siedmnaście, a dwa, dziewiętnaście, a dziewięć, dwadzieścia y ośm, 8 które zamyka w sobie liczby pojedyncze, kładę pod kolumną liczb pojedynczych, a dwa dziesiątki zachowuję do kolumny dziesiątkowej, którą zaczynając rachować mówię *Powtore*, dwa które się zostały, a dwa, są cztery, a ośm, dwanaście, a pięć, siedmnaście, a jeden, ośmnaście, a ośm, dwadzieścia y sześć; a że dwadzieścia y sześć dziesiątkow, czynią dwieście sześćdziesiąt, zacznę 6 dziesiątkow pod kolumną dziesiątkową położywszy, dwieście przenoszę do kolumny set, y mówię *Potrzenie*, dwieście pozostałe, a dwa, są cztery, a jeden, są pięć, a dwa, są siedm, a jeden, są ośm, gdzie że do dziesiątkow niedoszedłem, kładę zaraz 8 pod kolumną set, y mówię *poczwarle*. Cyfra a cztery, są cztery, a dwa są sześć, a pięć są jedenaście. Ze zaś rachuję liczby w czwartej kolumnie, narachowałem jedenaście tysięcy, to jest: dziesiątek tysięcy jeden, y procz tego tysiąc jeden, który podłożywszy pod czwartą kolumną, która jest tysięcy, mówię *popięte*: jeden dziesiątek tysięcy który mi się został, a jeden są dwa, a dziewięć są jedenaście, a jeden są dwanaście, a dwa są

ła czternaście, gdzie że czternaście dzie-
 siątkow czynią sto, y dziesiątkow cztery,
 zatym 4 pod kolumną dziesiątkow tysięcy
 podpisałwszy, iedno sto powinienym prze-
 nieść, do kolumny set następujących,
 lecz że tey kolumny w liczbach danych
 nie masz, zaczym owe iedno sto pozosta-
 łe, kładę w Summie generalney przed 4
 które mieysce w Summie generalney na-
 sta tysięcy przypada, podług *Propozycji*
piernussey. Tym sposóben liczby dane zu-
 pełnie w Summę generalną zebrałem,
 która czyni sto czterdzieści ieden tysię-
 cy, ośm set sześćdziesiąt y ośm *np.* Zło-
 tych.

Liczby podobne dane; można zbierać,
 y od lewey ręki zaczynając; ale na ow-
 czas liczby dziesiątkowe wypadające w ra-
 chunku, iedną kolumną wyżej pisać po-
 trzeba. Daymy naprzykład:

1928.

8182.

3210.

12210.

111.

Summa generalna - - 13320.

Dotąd o znoszeniu liczb iednego ga-
 tunku mowiliśmy. Gdy zaś do zbierania
 dane

dane będą liczby różnego gatunku, *numeri heterogenei*, w ten czas procz wzwyż opisanego względem układania liczb porządku, na to jeszcze pomnieć potrzeba, ażeby liczby tegoż samego gatunku wzajemnie sobie korrespondowały, y w iednych kolumnach kładzione były. Naprzykład chcąc zebrać kilka liczb danych, zamykających w sobie, Złote, Grosze, y Szelągi. Złote pod złotemi, gro ze pod groszami. szelągi pod szelągami, pisać powinienem.

Jeżeli zaś liczby niższego gatunku zebrane, wytarczaią, na złożenie liczby gatunku wyższego, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich mieyciu pod niższym gatunkiem piszę resztę od złożenia wyższych liczb pozostałą; albo cyfrę, kiedy reszty żadney niemasz. Tym sposobom zbieram następujące liczby, które zamykają w sobie.

Złote	Grosze	Szelągi
2356	24	2
589	25	2
6784	16	1
4900	6	2
14631	13	1

Liczyby te do zebrania dane tym sposobem znoszę *naprzód* zaczynając od *najniższego*

niższego gatunku, który tu jest żelagow.
mówię. 2 a 1 są trzy, a 2 są pięć, a 2 są
siedm. Siedm żelagow czynią groszy 2
y żelag 1, który pod kolumnami żelagow
napisawizy, grosze dwa przenoszę do
groszow, y mówię *pontore*. Grosze 2 zło-
żone z zebranych żelagow a 6, są ośm
a 6 są czternaście a 5, są dziewiętnaście
a 4 są dwadzieścia y trzy. Podpisawizy
te 3 pod jednościami, dziesiątki dwa
do dziesiątkow przenoszę, y mówię *po-
trzeci*. 2 a 1 są trzy a 2, są pięć, a 2 są
siedm. Ze zas 70 groszy, czynią Złotych
2 y groszy 10. Zatym dwa złote do zło-
tych ośm m, a dziesiątek jeden, pod
dziesiątkową groszy kolumną napisawizy,
mówię *poczwarde*. 2 złote, złożone przy
zebraniu groszy, a 4 są sześć, a 9 są pię-
tnaście, a 6, są dwadzieścia jeden. Gdzie
znowu jeden pod jednościami napisa-
wizy, dwa dziesiątki z liczbami w kolu-
minie dziesiątkowej będącemi znozę, y
tak daley iposobem wzwyż wyrażonym
postępuję, aż nakoniec Generalna Summa
danych liczb, wychodzi mi następująca.

Zło: Gro: Sze:

14631 - 13 - 1

Sposob ten, na znoszenie liczb, pospo-
licie Reiestrowym nazwany, nader jest
po-

potrzebny, dla codziennej iego praktyki. Gły zaś do zebrania dane będą ściany długie, że liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obić niemożna, w ten czas łatwo będzie, podzielić sobie ścianę iedną, na kilka podziałów, które nayprzod w Summy parcyalne zbieram; toż parcyalne Summy owe, w iedną Summę Generalną znoszę. Wizerunek sposobu tego w następującym mamy przykładzie:

Zło: Gro: Sze:

1564	25	1
527	12	2
33	15	1
1777	12	2
492	25	1
120	12	2
208	20	1
150	25	1

Pierwszy Przedział, y Summa Parcyalna z niego.

Złote Gro: Sze:
4877 29

100		
12	12	2
320	15	1
1200	18	2
84	11	1
190	25	1
990	12	2
200	24	1
1409	18	2

Drugi przedział, y Summa parcyalna z niego.

Złote Gro: Sze:
4509 16 2

1200	20	
150	12	2
215	25	1
20		
8	12	2
310	18	
227	12	1

Trzeci przedział,
y Summa par-
cyalna z niego.

Złote : Gro: Sze:
2133 : 11

Summa Generalna
z Sum parcyalnych
zebrana.

Złote Gro: Sze:
11520 26 2

Przeſtroga. I. Liczby Reieſtrowe, poſpo-
licie puſciwiarzkami zbierane bywają, z któ-
rych weſyſtych zebrawſzy Latere, nakoniec
e na Summę generalną znoſimy. W zbie-
raniu zaś tych puſciwiarzkow, procz wzwyż
wyrażonego ſpoſobu, ieſt ieſzcze inny; gdzie
bez wſelkiej trudności naydłuższą ſcianę
znieſić, można. Zaczawſzy albowiem rachow-
wać, od oſtatniego gatunku, wſzędzie, gdzie
liczby dodane wynoſią dzieſiąc, na boku kta-
tę kreſkę, reſtę od dzieſiątku pozostałą,
z dałſzemi liczbami dodając. Skończywſzy
całą kolumnę; to co ſię nad oſtatni dzieſiątek
zostaie, pod tąż kolumną, podkładam. Dzie-
ſiątkow zaś, do przenieſienia na drugą ko-
lumnę zſtaie ni ſię tyle, ile ieſt kreſek na boku
naznaczonych, z których złożywſzy ile mo-
żna,

zna, liczb wyższego gatunku, resztę pod kolejną dziesiątkową podpiśnie. A w przykła-

Złote	Grosze	Szenci
5265-	15	
582	25-	1
8125	12	2
1200	8-	
3299-	25	1
220	19-	
1099-	15-	
90	12	2
5718-	25	1

Summa 25603 - 28 - 1

Prześtroga II. O sposobach, ktorými Ad-
dycyi dobrze o sprostowanej doświadczony ma-
żemy, mowić się będzie niżej pod Propozy-
cyą 4tą, tego Rozdziału, gdzie nauka o tym
dostateczna dać się.

PROPOZYCYA III.

Liczbę tegoż samego, y różnego ga-
tunku, od siebie odciągać.

Subtrakcyą czyli odciągnięcie, jest wyna-
lezenie między dwoma danemi liczbami
różnicy, którą liczba większa, liczbę
mniejszyą przewyższa. Czyli jest odcią-
gnięcie liczby mniejszey od liczby więk-
szej.

szey. *Naprzekład* odciągając 5 od 8 tzn. kam takiej liczby, którą, ośm y pięć między sobą różnią się, to jest, która do danej do pięciu, czyni ośm, a odcięta od ośmiu, czyni pięć ieka w terażniejszy przykładzie jest liczba 3. W Subtrakcyi liczba ta od ktorey odciągam, zowie się większa *Summa major*. Ta, którą odciągam; mniejsza. *Summa minor*. Liczb z odciągnięcia wypadająca, zowie się reszta, różnica, lub przewyżka. *Residuum, differentia, vel Excessu*. Liczby do odciągnięcia dane, obydwie tegoż samego gatunku, być powinny, liczba albowiem mniejsza jest częścią liczby większey. część zaś zawsze powinna być podobna rzeczy tej, ktorey jest częścią.

Chcąc tedy Subtrakcyą należyście uczynić, potrzeba *naprzód* w ułożeniu liczb, tenże sam, co w Addycyi, zachować porządek, a podłożywszy liczbę mniejszą, pod liczbą większą, podkryślić je linią.

Powtore. Odciągać ołobno, zacząwszy od końca kolumnami, iedności od iedności, dziesiątki od dziesiątkow, sta od set. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mniejsza, od liczby podłożoney, którą mam odciągać, w ten czas z następującey kolumny pożyczają się dziesiątek; ale pożyczając go od liczby wyższey,

szey, ta zmniejszyła się iednym, przeciwnie
zaś liczba niższa iednym przyraſta, o
niey pożyczając, ta zaś liczba, od kto
rey pożyczam, dla pamięci kropką na
znacza się.

Potrzenie. Gdy odciągnąwszy liczb
niższą od wyższey, nic się niezoſtaie; prze
początku rachuby kładzie się pod linię
ką cyfra o, przy końcu liniika podług o
wata

Przykład pierwszy Podług komputu Pa
tawiusza od Stworzenia Świata aż do Ro
ku teraznieyszego upłynęło lat — 5749
A od Narodzenia Chryſtusa Pana — 1760
Pytam ktorego Roku Świata Chry-
ſtus rodził się? y dochodzę że — 3989
Lubo inni twierdzą: że ſiedmnaſtu lat
poźniej to ieſt Roku Świata ſamego 4000

Przykład drugi. Fowſzechne ieſt Hiſto
rykow naſzych zdanie, że Lech I. Roku
od Narodzenia Chryſtusa 550 w Sarma
ckie wſzedł krajiny y Polkę założył. py
tam wiele lat Polka ſtoit? Poſożywſzy Rok
teraznieyſzy za liczbę więkſzą, a Rok 550
za liczbę mnieyſzą Subtrakcyą naſtępują
cym ſpoſobem czynię.

1766

550

Polka tedy ſtoit już lat 1216.

Przy-

23 (17) 23

Przykład trzeci. Rozził się kto Roku
1736 pytam, wiele lat ma.

1766

1736

Reszta 30.

Przykład czwarty. Sztukę Drukarzką wy-
naleziono w Niemczech Roku 1440, py-
tam wiele lat od wynalezienia iey upły-
nęło.

1766

1440

Reszta 320.

Przykład piąty. Dano na Expens Zł. 104
Z tych wydałem 735

Zostaie się reszta 279

W tym przykładzie, ponieważ 5 od 4
odciągnąć niemogę, zaczym pożyczam
dziesiątka od wyższej liczby w następują-
cey kolumnie, którą znaczą kropką, y mo-
wię *naprzód*. 5 od 14, zostaje mi się 9.
które 9 pod ostatnią kolumną niżej lini-
xi piśzę. A że znowu w następującey ko-
lumninie, 3 od cyfry odciągnąć niemogę.
gdyż 1 tamże położone już pożyczylem
do ostatniey kolumny, przeto z następu-
jącey trzeciej kolumny, dziesiątka poży-

B

czuć

czać mi przychodzi; lecz że y tam cyfrę tylko znajduię, idę do czwartey kolumny, z ką 1 jedno, które tylko samo tamże jest do cyfry w trzeciej kolumnie przeniosszy, y naznaczywszy mam 10, z tych 10 pożyczam znowu jednego, do cyfry w drugiej kolumnie, z którą czyni mi 10, na miejscu zaś 10 w trzeciej kolumnie nie zostaje mi się tylko 9. To uczyniwszy mówię *powtóre* 3 od 10 zostaje się 7 które 7 piśzę niżej linijki pod drugą kolumną, y mówię *potrzebie* 7 w trzeciej kolumnie od 9 zostaje mi 2, y te 2 piśzę niżej linijki pod trzecią kolumną. W czwartey kolumnie, liczoj mnieyżey już nie maż. W liczbie większey położone jest wprawdzie 1, lecz go już do cyfry w trzeciej kolumnie pożyczylem, z ką 1 to 1 w czwartey kolumnie, teraz już nic nie waży, a zatym danych liczb, Subtrakcyą zupełnie zakończyłem. Z danych tedy na *Expens* 1014 Złotych, wydawłszy 735, zostawać mi się powinno 279.

Jeżeli liczb parcyalnych, do odciagnienia z Summy generalney, danych będzie więcej, w tenczas wszystkie w przod liczby parcyalne do odciagnienia dane, w jedną Summę zebrać potrzeba, toż Summę z nich zebraną, od Summy kapitalney, sposobem wzwyż wyrażonym od-
cią-

-83 X 19 X 63
 12gnąć. Niechay będzie danych na Ex
 pens Złotych - - - - - 10000

Z tych wydało się raz 1590
 drugi 3480
 trzeci 759
 czwarty 2000

Summy parcyalne zebrane 7829

Reszta od Summy pozostała 2171

Gdy zaś do odciażnienia dane będą
 liczby różnego gatunku, w tenczas ro
 wnie jak w Addycyi liczby każdego ga
 tunku potrzeba pod sobą ułożyć, a gatu
 nek od gatunku odciażnawszy, resztę po
 słupkami onymże korrespondującemi
 ułożyć. Ile razy zaś liczba niższa, więk
 szą będzie od wyższej w tymże samym ga
 tunku, a przeto odciażnić iey nie będzie
 można; tedy z następującego wyższego
 gatunku pożyczają się jedno, a zreduko
 wawszy go na tenże sam gatunek który
 odciażam, łączę z liczbami w tymże sa
 mym gatunku na miejscu wyższym bę
 ącemi, y dopiero od nich liczbę niższą
 odciażam tak np. nie mogąc odciażnić
 żelągów z od 1, z następującego gatu
 nku groszy, pożyczam grosz 1; a zreduko
 wawszy go na szelągi, mam szelągów trzy
 Dodaję do nich szeląg 1 od którego ni

mogłem odciągnąć szelągów 2, y mam już szelągów 4. od których teraz 2 na niższym miejscu będące odciągnąć mogę.

Przykład Będąc winnym komu Złotych 5728 Groszy 21, wypłaciłem już Złoty 2982 Groszy 25 Szeląg 1. Pytam wiele mu się jeszcze należy odemnie? kładę liczbę większą w pierwszej linii, a mnieyszą w drugiej. Toż rachunek wzwyż opisanym odprawiam sposobem:

Złote Grosze Szelągi

Liczba większa	5728	21	
Liczba mnieysza	2982	25	1

Reszta z należącego	2745	25	2
---------------------	------	----	---

się długi.

W tym przykładzie że na miejscu wyższym w ostatnim gatunku; szelągów nie ma, ż, pożyczam od wyższego gatunku to jest od groszy, grosz 1, a zredukowawitzy go na szelągi 3, odciągam od nich szeląg 1 na miejscu niższym położony, y zostające mi się szelągi 2 piżę pod kolumną szelągów. Idę potym do wyższego gatunku groszów. Grosz 1 na miejscu wyższym położony jużem przeniósł do szelągów, zaczym tam sama została się cyfra, do ktorey z następującey kolumny przenoszę jeden, y mam groszy 10, od tych odcią-

odciągnąwszy 5 zoltaie mi się jeszcze 5, które piżę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiej kolumnie groszy, od 2 na wyższym miejscu będących pożyczylem już 1, a zatym tylko się mi tamże 1 już zoltaie, od którego że dwóch na miejscu niższym będących odciągnąć nie mogę; biorę od następującej kolumny Złotych Złoty ieden, a zredukowawszy go na trzy dziesiątki groszy, łączę do nich dziesiątek 1 w dziesiątkowej kolumnie groszy pozostały, y mam dziesiątkow 4 od których odciągam 2 na miejscu niższym położone, a resztę 2 piżę pod dziesiątkową groszy kolumną. Toż postępuję do Złotych, a odciągnąwszy 2 od 7, 8 od 12, 9 od 16, 2 od 4, mam wypadającą resztę, należącego się jeszcze kredytorowi oddimnie długi.

Złote Grosze Szelągi

2745 25 2

Przykład drugi. Zdanych na Expens 728 Złotych, wyexpensowałem Złotych 635 groszy 25 szeląg 1, pytam wiele mi się jeszcze zoltaie.

Złota Grosze Szelągi

728

635 - 25 - 1

Reszta 92 - 4 - 2

W tym

W tym przykładzie, że Summa większa, niema groszy, ani szelągów specyfikowanych, od którychbym grosze y szelągi w mnieyszey liczbie specyfikowane odciągnął, z tey przyczyny w Summie większey pożyczwszy od Złotych Złotego iednego, redukuję go na groszy 30, z tych 30 groszy biorę znowu grosz ieden y redukuję go na szelągów trzy, tym sposobem mam już od czego odciągnąć wszystkie gatunki, w niższej liczbie specyfikowane; właśnie iak gdyby liczba większa tym sposobem wyrażona była. Złotych 727 groszy 29 szelągów 3.

Przeftroga I. Jeżeli liczb mnieyszych, danych do odciągnięcia z Summy większey będzie kilka, lub kilkanaście, w tenczas też samo czynię, co się wyżej o liczbach iednego gatunku w tym samym razie powiedziało, to jest, zbieram naprzod przez Addycyą wszystkie Summy parcyalne dane do odciągnięcia, w iedną Summę. To uczyniwszy Summę owę z Sum parcyalnych do odciągnięcia danych zebraną, od Summy generalney odciągam. Naprzykład z danych na

Złote

83)(23)(83

Złote Grolze Szelągi

1000

Wydałem raz	238	12	2
drugi	150	25	1
trzeci	84	10	
czwarty	300	25	1

Summy parcyal- 774 13 1
ne zebrane

Reszta od Summy 225 16 2
generalney.

Przeſtrogą II. Gdy Summa zebrana z liczb danych do odciagnienia, przewyższa Summę od ktorey należałoby odciągać liczby dane, co ſię często przytrafia w Reieſtrach expenſowych, (gdzie nad Perceptę więcej częſtokroć expenſować przychodzi) w ten- czas położenie Sum odmienić potrzeba, tak żeby Summa generalna drugie mieyſce trzy- mała, gdyż w tym razie, nieſukamy reſty od kapitału, ktorey już żadney niema, ale raczey dochodziemy Super expenſy nad ka- pitał. Daymy naprzykład danych na Expens.

Zło: Gro: Sze:

892

Ztych wydało ſię raz	234	15	
drugi	315	20	2
trzeci	100	12	2
czwarty	59	25	1
piąty	218	12	2

Summy

83)(24)(83-

Summy parcylalne zebrane 638 26 1

Summa dana na Expens 892

Reszta pokazuje super 46 26 1
expensę.

Przestroga III. *Sposob na doświadczenie dobrze uczynioney Subtrakcyi; w następnym Rozdziale.*

PROPOZYCYA IV.

Dowieść należyście uczynioney Addycyi, y Subtrakcyi.

W Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w Summie generalney zamykają się, a zatym Summy owej są częściami, tak że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie jest, tylko pokazać, iż Summa generalna, wszystkie liczby dane spełna zamyka w sobie, a zatym liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie jest równa. Czego żeby doświadczyć, dosyć będzie po uczynioney Addycyi, jedną z liczb pojedynczo danych, odjąć, a wszystkie inne bez niej zebrać, od kwoty czyli z Summy generalney odciągnąć. Tym sposobem reszta od Summy po odciągnięciu pozostała,

ła, powinna być równa we wszystkich swoich częściach, liczbie owej iedney z liczb danych wyłączoney; inaczey znakby był Addycyi złe uczynioney. To doświadczenie Addycyi iest naypewniejszy, y funduje się na owym *axymacie* czyli prawdzie niezawodney Geometryczney. Jeżeli z danych dwóch Sum, lub rzeczy iakichkolwiek we wszystkim między sobą równych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą równe Summy, lub rzeczy, tedy reszty od nich pozostałe równe być powinny. *Si ab aequalibus demas aequalia, quae remanent sunt aequalia.*

Tak w następującym przykładzie, z liczb trzech do znieśienia danych odciąwszy np. pierwszą, a drugie dwie osobno zebrane od Summy generalney odciągnawszy, reszta wypadająca, liczbie pierwszej odciętej równa być powinna.

	Złote	Grosze	Szelągi
Odcinam	200	25	1
Zbieram	98	12	2
	314	15	
Summa generalna	613	23	
Zbior dwóch liczb niższych.	412	27	2
Reszta	200	25	1
Liczbie pierwszej odciętej we wszystkim równa.			
		W Sub-	

W Subtrakcyi liczba mnieysza, ktora się od liczby więkſzey odciąga, y reſzta po odciażnieniu pozoſtała, ſą dwie części iſtotne, z ktorych liczba więkſza, od ktorey odciągamy, ſkłada się. Zaczym Summa z tych dwóch części między ſobą znieſionych wynikająca, danej liczbie, więkſzey równa we wſzystkim być powinna, ieżeli zaś z nią niezgadza się, znak ieſt omyłki iekieyſi w Subtrakcyi. Doſwiadczenie to ieſt takżę niezawodne, y zaſadza się na owym Axyomie Geome-trycznym. Rzecz cała równa ieſt wſzystkim ſwoim częściom wraz wziętym, y wſzystkie części wraz wzięte, wyrownywają rzecz całą, ktorey ſą częściami. *Totum eſt aequale omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis, & partes omnes ſimul ſumptae adaequant totum.* Daymy przykłał.

Złote Gro: Sze:

Liczba więkſza 2712 25 1

Liczba mnieysza 1820 12 2

Reſzta 892 12 2

Summa reſzty z liczbą 2712 25 1
mnieyszą znieſioney.

Równa we wſzystkim liczbie więkſzey, od ktorey liczbę mnieyszą odciągało się.

Doſwiad-

Doświadczają ieszcze Addycyi y Subtrakcyi, przez wyrzucenie liczby dziewiątkowej, który sposob, lubo przy nim rachunek bardzo łatwo zfałszować można, przecież dla wiadomości tu kładzie się.

W Addycyi tedy, *naprzod* z liczb do znieśienia danych, ianikolwiek rachując ie porządkiem, każde wypadające dziewięć wyrzucam; resztę z dalizemi liczbami znożę, a nakoniec liczbę, która mi się po wyrzuceniu ostatnich dziewięciu zostaje, piszę na miejscu osobnym.

Powtore toż samo czynię w kwocie czyli w Summie zebraney, z ktorey tyle razy, ile mogę wyrzuciwszy dziewięć, ostatnią liczbę po wyrzuceniu wzystkich dziewięciu pozostałą, powinienem mieć równą liczbie, od liczb do zebrania danych zostającej się, iaka jest w następującym przykładzie 7.

$$\begin{array}{r}
 2350 \\
 323 \\
 400 \\
 858 \\
 \hline
 3931
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 \quad 7
 \end{array}$$

Tymże samym sposobem czynię w Subtrakcyi: gdzie liczby od dziewięciu pozostałe, *naprzod* w Summie większey od ktorey odciągam, a potym w Summie mniejszey,

frey, którą odciągą, y w reszcie, równe
bydź powinny, iakie są w następującym
przykładzie 3:

$$\begin{array}{r} 9120 \\ 7981 \\ \hline 1139 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \mid 3. \end{array}$$

Przeſtroga I. Ieſt ieſzcze wiele innych na
doſwiadczenie dobrze odprawioney Addycyi
y Subtrakcyi ſpoſobow; ktore, że albo przy-
dłuższą rachubą zatrudniają; albo przez
następujące wyżſzey Arytmetyki reguły od-
prawiają ſię, dla tego tu poniżam. Procz
tego pierwſzym ſpoſobem niezawodnym, do-
brze odprawioney Addycyi y Subtrakcyi do-
ſwiadczyeſy, rzecz wcale niepotrzebna ieſt,
innemi na doſwiadczenie tegoż ſamogo za-
trudniać ſię ſpoſobami.

Przeſtroga II. Rzecz oczywiſta ieſt, że
prob tu nawet wyrażonych, w liczbach przy-
dłużſzych y rożnego gatunku, z wielką tru-
dnością zażyć można. A zatym na do-
ſwiadczenie dobrze uczynioney Addycyi y
Subtrakcyi, nayſkutecznieyſzy podobno ſpo-
sob będzie; po uczynioney pierwſzey rachubie,
drugi raz oneż z zupełną powtorzyć
attentioną, zaczynaiąc rachować z góry, ie-
żeliſmy przed tym z dołu zaczynali, albo też
zaczynaiąc rachować od lewey ręki.

PROPOZYCYA V.

*Liczbę jednego, y różnego gatunku,
Multiplikować.*

Multiplikacya jest iedney liczby przez drugą rozmnożenie, z których liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiej mieści się iedno, na przykład Multiplikować cztery przez dwa, nic innego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę, w której tyle razy mieści się cztery, ile razy we dwóch mieści się iedno; iaka liczba w tym razie będzie ośm, bo iako iedno we dwóch, tak cztery w ośmiu dwarazy zupełnie zamyka się. W Multiplikacyi liczba ta która się rozmnoża, zowie się liczba mnożna, *Multiplicandus*, ta przez którą multiplikujemy, liczba mnożąca, *Multiplier*. Summa z tej Multiplikacyi wynikająca, zowie się Produkt. *Productum* vel *Factum*.

Gdy tedy liczby do rozmnożenia przez Multiplikacyą dane będą, w tenczas na-
przód liczba mnożąca *Multiplier*, pod liczbą daną do mnożenia podkłada się tak; żeby iedności iednościom, dziesiątki dziesiątkom, setki setkom, korrespondowały. Potym obydwie te liczby podkryślają się linią. Cyfry zaś na końcu liczby tak
mno.

83)(30)(83

mnożney, iako y mnożący będące, można przed moltiplicacyą ieszcze odciąć, y dopiero do Produktu ie przydać.

Powtore Przez liczby Moltiplikatora pojedynczo wzięte; wżyskie liczby w mnożnym zaczynając od końca osobno mnożyć, y produkt z nich wynikający, niżej liniyk pod kolumnami, sposobem w Addycyi podanym, pisć. Mnożąc z 8 przez jednosci, produkt zaczyna się piść od kolumny jednosci, mnożąc przez dziesiątki, produkt zaczyna się piść od kolumny dziesiątkow, mnożąc przez sta, od kolumny set.

Potrzebie Jeżeli produkt dla wielu liczb w Moltiplikatorze, w wielu zmyka się Summach, te znowu liniyką podkryślam, y w jedną Summę zbieram, która na ow czas pokaże mi produkt generalny.

Przykład pierny. Pytam wiele czynią Złotych, Talerow bitych 3429. Ponieważ w jednym Talerze bitym iest Złotych 8, zaczym przez te 8, Summę Talerow daną moltiplikować powinienem, co tym sposobem czynię;

3429

8

Produkt 27432 pokazuje mi że 3429 Talerow, czynią Złotych 27432.

Przy-

33) (31) (33

Przykład drugi 1234 Zofnierzom mającym wystrzelić 13 razy, wiele ładunkow potrzeba?

$$\begin{array}{r} 1234 \\ 13 \\ \hline 3702 \\ 1234 \\ \hline \end{array}$$

Produkt 16042

W tym przykładzie podłożywszy Multiplikatora 13 pod liczbę mnożną 1234. podkryślam ie liniyką, y mówię *naprzód*. trzy razy cztery, są dwanaście, więc dwa pod kolumną jedności położywszy, dzieśiątek jeden do kolumny dzieśiątkowej zachowuję, y mówię *Ponownie* trzy razy trzy są dziewięć, a jedno pozostałe, dzieśięć, więc cyfrę pod kolumną dzieśiątkow napisałwszy, i zostawiam do set, y mówię *potrzebie* trzy razy dwa, są sześć, a jeden pozostały są 7, które zaraz pod kolumną set piszę, y mówię *poczwarte* trzy razy jeden, są trzy, zaczym 3 zaraz pod kolumną wśięcy napisałwszy; biorę drugą figurę z Multiplikatora, która jest na miejscu dzieśiątkow, y mówię *popięte* raz cztery, są cztery. Tu że przez drugą figurę Multiplikatora. liczbę daną mnożę; zatym produkt na drugiey linii pisać powinienem, a że ta figura Multiplikatora położona

zona jest na miejscu dziesiątkow, tedy produkt od kolumny liczb dziesiątkowych pisać zaczynam, y 4 z Multyplikacyi wypadające kładę pod cyfrą. To uczyniwszy mówię *pośóste* raz trzy są trzy, które pod następującą set kolumną piszę, y mówię *pośódme* raz dwa są dwa, te pod następującą tysięcy kolumną podpisałiwszy. mówię *po ósme* raz jeden, jest jeden, który w osobney dziesiątkow tysięcy kolumnie piszę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z Multyplikacyi liczb danych zamyka się w dwóch wierszach, przeto podkryślam ie linią, y do iedney Summy znośję. która nakoniec pokazuje mi; że tyśięcowi dwómset, trzydziestu y czterem Złotom, mającym wystrzelić trzynaście razy. potrzeba ładunkow tześnaście tyśięcy czterdzięści y dwa. Gdzie ielżęze y to pomnieć potrzeba, że w danym przykładzie. rzecz wcale niepotrzebna była, multyplikując przez drugą Multyplikatora figurę. to jest przez iedno, wżyskie liczby w mnożnym pojedynczo mnożyć, ale dożyć byśo, zacząwłszy od kolumny dziesiątkowey, porządkiem ie w drugim wierżu napisać, bo iedno, iako mnożyć, tak dzielić liczb żadną miarą niemoże. Tak w Multyplikacyi, raz cztery są zawsze cztery, a w dwizyi, cztery podzieliwłszy przez iedno inam zawsze cztery.

Przy-

33 X 33 X 33

Przykład trzeci. Kupując ośm set beczek wina, po trzyta Złotych, pytam wiele za wszystko należy się?

$$\begin{array}{r} 8 \text{ } ^\circ 00 \\ 3 \text{ } ^\circ 00 \\ \hline \end{array}$$

240000

W tym przykładzie, odciawszy cyfry dwie z liczby do rozmnożenia danej, y drugie dwie z Multiplikatora, multiplikuję tylko ośm prz z trzy, a do produktu 24, odcięte owe przed multiplikacją cztery cyfry dodawizy, m-m produkt generalny dwuch kroć czterdzieści tysięcy Złotych, które za ośm set beczek wina dać powinienem, płacąc każdą beczkę po Złotych trzyta.

Przykład czwarty Grzywnę frebra płacąc po Złotych siedmdziełat, wiele dam za Grzywien frebra sto dwadzieścia?

$$\begin{array}{r} 12 \text{ } ^\circ 0 \\ 7 \text{ } ^\circ 0 \\ \hline \end{array}$$

Produkt 8400.

Dotąd mowiliśmy o Multiplikacyi liczb, w których jeden gatunek iest w Multiplikatorze, y jeden, w liczbie danej do mnożenia.

C

Przystę-

Przystępujemy teraz do mnożenia liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających, o których nauka w trzech następujących mieści się regułach.

Reguła pierwsza. Jeżeli liczba dana do mnożenia, z wielu gatunków, a Mnożytkownik z jednego składa się, tedy przez Mnożytkownika, każdy gatunek w liczbie danej do mnożenia, mnoży się, a po odprawionej mnożeniu wszystkich gatunków, na koniec gatunki niższe na gatunek wyższy zredukowane, prołukt liczy do mnożenia danych zupełny pokaza.

Przykład. Rok zamyka w sobie dni 365 y godzin 6. pytam wiele jest dni w latach dziesięciu? Czego następującym sposobem dochodzę.

	Dni	Godziny
	365	6
Lat	10	10
Produkt dni	3650	60

Godziny te podzieliwszy przez 24, ile ich w dniu jednym zamyka się, mam dni 2, y pozostałe jeszcze godzin 12, które uwa dni y godzin 12, przez Addycją z Produktem dni złączymy, mam generalny produkt dni 3652 y godzin 12 z których zupełnie składają się lat 10.

Reguła

Reguła druga Jeżeli w liczbie daney do mnożenia gatunek jeden, a w Multiplikatorze, gatunkow kilka będzie, tedy przez każdy gatunek Multiplikatora multiplikuje się osobno liczba do mnożenia dana, a po skończoney zupełnie Multiplikacyi, gatunki niższe na gatunek najwyższy zredukowane, produkt generalny dają.

Przykład Grzywna Polska ma w sobie Złoty jeden y groszy 18, pytam Grzywien 421 wiele czyni Złotych?

$$\begin{array}{r} 421 \quad 421 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$$

Produkt. 421 7578

Pokazuje że 421 Grzywien, czynią Złotych 421 y groszy 7578, które to grosze zredukowane na Złote, czynią Złotych 252 groszy 18. Co przez Addycyą do produktu Złotych dodawszy, mam produkt generalny Złotych 673 y groszy 18 wynikające z Grzywien 421.

Reguła trzecia. Jeżeli tak w liczbie do rozmnożenia daney, iako y w Multiplikatorze, będą różne gatunki, w ten czas w obydwu liczbach, wszystkie gatunki, na najmniejszy gatunek redukować potrzeba, y dopiero mając liczby obydwie

Cz

wieden

— 83) (36) (83 —

w jeden gatunek zbne, moltiplikować ie między sobą, a produkt z tey moltiplicacyi wynikający na najwyższy gatunek zredukować.

Przykład. Expensie kto na dzień ordynarynie Złotych 74, groszy 20, pytam ile wyexpensie przez Rok, y dni 80. W tym przykładzie, redukuję naprzód Rok na dni 365, do których dodaję dni ośmnaście, y mam wszystkich dni 445; toż, redukuję Złotych 74 na groszy 2220, do których przydaję groszy 20, mam razem groszy 2240, które przez dni 445 zmoltiplikowawizy, y zredukow wszy potym na Złote, mam produkt liczb danych.

224 | 0

445 |

11200

896

896

Produkt groszy 996800

Grosze te podzielone przez 30, a tym samym zredukowane na Złote, czynią mi Złotych 33226, y groszy 20. Zaczynam Summa pienięży potrzebna iest na Rok 1, y dni 80, mającemu codziennie expensować Zł: 74 y gr: 20.

Przestróża

Przestroga I. Do łatwości w *Muльтиplikacji* nie wielecy pomoc niemoże, iako umieć doskonałą, ile czyni liczba jedna przez drugą *muльтиplikowana*. W pomniejszych liczbach aż do pięciu, łatwo tego na pamięć doyc można, iako na przykład, że dwa razy dwa, są cztery, trzy razy cztery, są dwanaście, czterć razy pięć, są czterdzieści y pięć. Lecz gdy liczby obudwie, które między sobą *muльтиplikują*, większe są od pięciu, w ten czas do łatwego liczb owych rozmnożenia, pierwszy sposób jest, rachować na palcach; zaczynając rachować od sześciu, ićną liczbę na palcach ręki prawey, drugą na palcach ręki lewey, y ciągnąc ie do punktu, na którym liczba stawa. Na przykład chcąc wiedzieć wiele czyni siedm razy osm? Biorę naprzód siedm, a u prawey ręki zginając dwa palce mówię, sześć, siedm; biorę potym osm, a u lewey ręki zginając trzy palce, mówię: sześć, siedm, osm. Palce w rachunku zgięte, znaczą dziesiątki, których w terażniejszym przykładzie, jest pięć, palce pozostałe, znaczą jednotki, których tu jest w prawey ręk trzy, a w lewey dwa, ie znów między sobą *muльтиplikowawszy*, dwa razy trzy, są sześć, y ie sześć, które z ich *muльтиplikacji* wynikają, przydawszy do pięciu dziesiątkow, które się znaczą przez palce zgięte, mamy produkt zupełny dwóch liczb danych, pięćdziesiąt y sześć, to jest:

siedm

siedm razy ośm, czynią mi pięćdziesiąt y
sześć. Toż czyn, mając mnożyć sześć razy
sześć; sześć razy siedm; siedm razy siedm; sześć
razy ośm; sześć razy dziewięć; siedm razy
dziewięć; ośm razy ośm; ośm razy dzie-
więć; dziewięć razy dziewięć.

Drugi sposób do łatwego doyscia, ile czy-
ni liczba iedna przez drugą zmultipliko-
wana, iest Tablica od Pitagoreja Filozofa,
piętrwosiego iey wynalazcy, Pitagoresową na-
zwana. Na tey, dwoch liczb zadanych ie-
dney z gory, drugiey z boku, kolumnę bio-
rę; a liczba na ktorey te dwie kolumny scho-
dzą się, iest należyty ich produkt, naprzy-
kład chcąc wiedzieć wiele czyni siedm razy
dziewięć, biorę siedm w pierwszey linii gor-
ney, a dziewięć w linii poboczney, których
liczb kolumny że się schodzą na liczbie 63.
Zaczyn 63 iest produktem liczb danych, to
iest siedmiu y dziewięciu.



TA-

T A B L I C A P I T A G O R E S O W A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Przeſtroga II. *Tablicę Pytagoreſową Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemysłem, na więcej ruchomych Tabliczek podzielił, za których pomocą, Multiplikacyą y Dywizyą, z wielką łatwością odprawic można.*

Tabliczek takowych, z drewna, lub z miedzi, robi się dziewięć, lub więcej podługowa-nych, czworograniastych; każda z nich, rownym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratów małych; a te znowu linią poprzeczną, od kątą

kąta ręki prawey z góry, do kąta ręki lewey na doł, rozcinają się na dwa tróygrania: procz iedney Tabliczki, na ktorey kwadraty linijfami poprzecznymi nierozcinają się, ale w każdym z nich piśią się naturalnym porządkiem liczby, zaczyniwszy od 1, aż do 9; y zowią się wielorazy.

W Tróygrania na Tabliczkach, przez rozcięcie kwadratow porobione, wpisują się liczby z kolumn Tablicy Pytagorejsowey, tak: żeby liczby dziesiętkowe w wyższym tróygraniu od lewey ręki, a iedności w niższym od ręki prawey były. Ze zaś każda takowa podługowata Tabliczka iest czteroboczna, zaczyn na każdym boku można inne kolumny z Tablicy Pytagorejsowey wpisać, np. na iednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3, y tak daley. Tym sposobem, gdy iedną liczbę przyjdzie nam brać kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaydzie się. Tymże samym końcem na dwóch, lub trzech Tabliczkach, same cyfry popisać trzeba, dla zażycia ich w potrzebie.

Tak zrobione y zapisane Tabliczki Nepera, do Multiplikacyi następującym zażyte bywają sposobem. Chcąc naprzykład Multiplikować 578 przez 28, biorę naprzód Tabliczki E. G. H., na których u wierzchu są liczby 5, 7, 8. do Multiplikacyi dane, y ukladam je wzdłuż iedną przy drugiej, tym porząd-

porządkiem, iak cena liczb wyciąga. Powtore. Wziąwszy Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, kładę ją na lewym boku Tabliczek już ułożonych, y biorę na niej liczby 2 y 8, z których Multyplikator składa się. Potrzebie. Poprzeczna kolumna, liczby 8, która w Multyplikatorze znaczy jedności, jest produkt z Multyplikacyi danej liczby 578 przez 8, a poprzeczna kolumna liczby 2, która w Multyplikatorze znaczy dziesiątki, jest produkt z Multyplikacyi liczby danej 578 przez dziesiątkow 2.

Zbieram teraz te obydwa produkty. a najprzód produkt wynikający z Multyplikacyi przez 8, to jest: biorę uwrzód z ostatniego trojgrania 4, y piśmę ie na c, obnuy karcie na miejscu jedności. potem w następującym poprzecznym podług ostatym kwadracie, biorę 0 y 6, które czynię 12, zaczynam dwa napisać przy czterech na miejscu dziesiątkow, i przenoszę do trzeciego podługowatego kwadratu; to i dodane do piąciu y do cyfry, w tymże kwadracie będących czyni 6, y te 6, piśmą się przy dwóch na miejscu set, nakoniec na miejscu tysięcy, z następującego pierwszego od lewej ręki trojgrania, piśmę się 4, y wychodzi cały produkt z Multyplikacyi liczby danej, przez 8. ten: 4624. Tymże samym sposobem zbierając liczby z poprzeczney kolumny 2, mam produkt 1156. Ze zaś 2 w Multyplikatorze znaczyły dziesiątki,

przeto

83)(42)(83-

przeto produkt z kolumny 2 zebrany, zaczy-
nam od końca pisać pod dziesiątkami pro-
duktu z 8, tak iak poşpolicie czyni się w pro-
stej Multyplikacyi.

4624
1156

Te dwa parcyalne produkty ze-
brawşy, mam nakoniec liczb do mno-
żenia danych produkt generalny. 16184.

T A B L I C Z K I N E P E R A S Z K O T A.

B. C. D. F. I.

A. E. G. H.

2	3	4	6	9
4	6	8	12	18
6	9	12	18	27
8	12	16	24	36
10	15	20	30	45
12	18	24	36	54
14	21	28	42	63
16	24	32	48	72
18	27	36	54	81

1	5	7	8
2	10	14	16
3	15	21	24
4	20	28	32
5	25	35	40
6	30	42	48
7	35	49	56
8	40	56	64
9	45	63	72

Prze-

Przeſtroga III. *Spoſob na doſwiadczenie
dobrze odprawionej moltiplikacyi, dany bę-
dzie w Propozycyi ſiódmej tego Rozdziału.*

PROPOZYCYA VI.

*Dane liczby iednego, y rożnego ga-
tunku dzielić.*

Dywizya, czyli dzielenie, ieſt wynale-
zienie liczby takiey, która tyle razy
zamyka w ſobie iedno, ile razy w liczbie
do podzielenia danej, liczba mnieyſza
przez którą dzielę, mieſci ſię; *naprzy-
kład* dzieląc dziewięć przez trzy, ſzukam
takiey liczby, w ktorej tyle razy zamyka
ſię iedno, ile razy trzy w dziewięciu mie-
ſci ſię, iaka liczba w teraźniejszy przy-
kładzie ieſt 3, a dokładnie mówiąc, Dy-
wizya ieſt wynalezienie liczby takiey, kto-
ra mi pokazuje, ile razy z dwuch liczb
do podzielenia danych, w liczbie więk-
ſzey, liczba mnieyſza, brać ſię może;
tak podzieliwszy piętnaſcie przez trzy-
z tego podzielenia wypadające pięć, po-
kazują mi, że trzy w piętnaſtu, mieſzcza
ſię pięć razy. Z liczb do dzielenia da-
nych, liczba więkſza, którą mam dzielić
zowie ſię Liczba podzielna *Dividendus*.
Liczba mnieyſza przez którą dzielę, zo-
wie

wie się Dzielnik *Divisor*. Liczba na koniec z Dywizyi wynikająca, zowie się Wieloraz *Quotiens, Quotus vel Exponens*.

Do należytego Dywizyi odprawienia naprzód liczba do podzielenia dan. kładzie się we środku, tak żeby w iedney z nią linii, *Dzielnik* z lewey ręki, a *Wieloraz* z prawey, kreskami tylko podzielone, mieścić się mogli.

Powtorze. Z liczby podzielney zaczy-
niając od lewey ręki, ucina się tyle figur,
ile ich jest w Dzielniku, które jeżeli
mniey wynoszą od Dzielnika przydaie się
im jeszcze, jedna następująca figura,
dla pamięci kładzie się przy niej kreska,
ażebym iedney liczby dwa razy do podzie-
lenia niebrać. To uczyniwszy, uważać
potrzeba, ile razy Dzielnik w liczbach
odciętych brać się może y liczbę to po-
kazującą, napiąć na prawey ręce za pier-
wszą część Wieloraza.

Potrzebie. Przez tę część Wieloraza mul-
typlikuy całego Dzielnika, a produkt
z tey multiplikacyi wynikający, odci-
gnij od figur z liczby podzielney od-
ciętych.

Pocznarte. Do reszty jeżeli się jaka po-
została, która od Dzielnika zawsze mniey-
sza być powinna, złoż następującą nową
figurę z liczby podzielney, oznaczywszy

ią tamże kretek, y uważay znówu, ile razy w tych liczbach Dzielnik inieści się? co napisz za drugą część Wieloraza.

Figura. Przez tę drugą część Wieloraza, modyfikuy znówu całego Dzielnika, a produkt pod liczbami, któreś na owczas dzielił podłożywszy, odciańnij go o onychże. Do reszty złoż znówu następującą z liczby podzielney figurę, uważając ile razy w niej z resztą wziętey Dzielnik brać się może? co będzie trzecią częścią Wieloraza, przez którą modyfikuy znówu całego Dzielnika y czyn, iako się wyżej powiedziało.

Ile razy, nową figurę z liczby podzielney składałz, a Dzielnik w niej brać się nie może, tedy napisz wży za to w Wielorazie cyfrę, złoż drugą z liczby podzielney następującą figurę, y przez Dzielnika obydwie razem dywiduy.

Kiedy na koncu Dzielnika cyfra jedna, lub więcej onychże będzie, w ten czas dla skrocenia Dywizyi, przed zaczęciem rachunku, możez ie odciać, odcinając atoli tyleż liczb, y z końca liczby do podzielenia danej.

Skończywszy Dywizyę, co się od ostatniego odciańnienia zost. ie, poydzie na liczbę samą, ktorey *numeratorem*, reszta

od ostatniego odciagnienia pozostala, przydawszy do niey y liczby, ieżeli ktore przed Dywizyą odcięte były; a *denominator* cały Dzielnik byđz powinien.

Przykład piern'ſzy. Na sześć ołob legowano zapisem 126846 Złotych, chcę wiedzieć, ile dla każdego przypadnie?

Dzielnik	Liczba podzi:	Wieloraz
6	1,2,6,8,4,6.	21141
	1 2	

```

      6 . . .
      6
      ---
      8 . .
      6
      ---
      24.
      24
      ---
      -- 6
      6
      ---
  
```

W tym przykładzie, Wieloraz 21141 pokazuje, że po tyle z Summy legowaney, każdey z sześciu ołob doſtanie się, bez najmnieyszey reſzty.

Przykład drugi. Maiąc kto roczney intryaty 88520 Złotych, ta żeby mu na Rok cały wystarczyła, pyta się, ile na każdy tydzień expensować może? Ponieważ Rok

zamyka

zamyka w sobie 52 tygodni, zatym przez
te, całą 88520 Złotych intratę dzielić po-
trzeba.

Dzielnik	Liczba podzi:	Wieloraz
52	88, 5, 2, 0,	1702 $\frac{16}{12}$
	52	

3 6 5 . .

3 6 4

- - 120

104

- 16

W tym przykładzie, ułożywszy naprzód
porządkiem wzwyż opisanym, liczby do
dzielenia dane, ponieważ Dzielnik ma
w sobie dwie figury, z tey przyczyny, y
w liczbie podzielney dwie figury pierwsze
odcinam, y mówię *naprzod.* 52, w 88: bio-
rę raz, z czym jedno czyli 1, za pierwszą
część Wieloraza piszę, a zmultiplikowa-
wszy przez nie Dzielnika, raz pięćdziesiąt
y dwa, są pięćdziesiąt y dwa. produkt 52.
odciagam od dwóch pierwszych figur li-
czby podzielney, z ktorego odciagnienia
zostaje mi się 36. W tych, że Dzielnika
52 brać niemogę, składam przeto nastę-
pującą z liczby podzielney figurę 5, a
położywszy ją przy 36, mam 365, y mō-
wię *powtore,* 52, w 365, biorę siedm razy,
zaczynam

zaczynam 7 piszę za drugą część Wieloraza, a zmnożywszy przez nie Dzielnika, siedm razy dwa, są czteremście, siedm razy pięć są czterdzieści i pięć, mam cały produkt 364, ten odciągam od liczby, które dopiero dzieliłem, po którym odciągnięciu zostaje mi się jeszcze cztery, składam zatem następującą czwartą figurę z liczby podzielnej 2, a położywszy je przy iednym pozostałym, mam 12, y mówię *potrzeba* 52 w 12, nie mogę brać, tuż nową z liczby podzielnej złożyłem figurę, a dzielnik w niej mieścić się nie może, zaczynam podług poprzedzających Reguł, kładę za to w Wielorazie trzecią część cyfrę 0, a następującą piątą z liczby podzielnej figurę, która tu jest 0, złożywszy do 12, mam 120, y mówię *potrzeba* 52 w 120, biorę dwa razy, zatem kładę za czwartą część Wieloraza, przez które to 2, zmnożywszy Dzielnika 52, produkt wypadający 104, odciągam od 120, y mam resztę pozostałą 16, a ponieważ już całą liczbę podzielę, zaczynam podług ostatniej, wyżej przepisaney Reguły, reszta pozostała 16, idzie na liczbę samą, ktorey też 16 są *numeratorem*, a *denominatorem* cały Dzielnik $\frac{1}{2}$. To uczyniwszy, odpowiadam o wezmu który mnie pytał, względem rozporzą-

porządzenia roczney swoiey Intraty, że na cały Rok mu wystarczy, ieżeli każdego tygodnia expensować będzie 1702 Złote. y szesnaście części Złotego jednego, podzielonego na części pięćdziesiąt, y dwie.

Przykład trzeci. Mam ubiec w dniach 13, mil 332, chcę wiedzieć, ile każdego dnia ubiec mi potrzeba?

Dzielnik	Licz: podz:	Wieloraz
13.	3 3, 2. = 6	25 $\frac{7}{11}$

$$\begin{array}{r} 7 \ 2 \\ 6 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

- 7

Każdego tedy dnia ubiec mi potrzeba mil 25, y siedm części z iedney mili po dzieliwszy ją na części trzynastie, to iest prawie puł mili.

Przykład czwarty. 5000 Zołnierzy pło- nem dobytego Miasta, dzielą się wynoszą- cym na 5000000 Złotych, pytam ile ka- żdy z nich wezmie?

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
5 000	5000 000.	1000.

W tym przykładzie dla znajdujących się w Dzielniku cyfer trzech, skracam Dy-
D wiza,

83)(50)(83

wizyą, gdyż odciąwszy te trzy cyfry z Dzielnika, y tyleż z liczby podzielney, dzielę tylko przez pięć, pięć tysięcy z ktorey Dywizyi wypada mi tyśiąc, ile każdy żołnierz z plonu owego brać powinien, co samo wynidzie gdy przez 5000 będę dzielił 5000000, nieodcinając cyfer.

Przykład piąty. Za 50 Łasztow zboża wziętem 14665 Złotych Polkich, pytam, ile za Łaszt każdy przypada?

<i>Dzielnik</i>	<i>Liczba podzi.</i>	<i>Wieloraz</i>
5 0	14, 6, 6, 5	293 $\frac{1}{5}$
	10	
	- 40	
	45	
	- 16	
	15	
	- 1	

W tym przykładzie odciawszy iedną cyfrę z Dzielnika, odcinam y z liczby podzielney iedną ostatnią figurę, to iest 5. Ze zaś po odprawioney Dywizyi, z ostatniego odciągnięcia zostało się 1, składam do niego 5 z liczby podzielney przy początku Dywizyi odcięte, y mam tę resztę zupełną pozostałą za Numeratora liczby łanney, ktorey Denominatorem iest cały Dzielnik 50, to iest $\frac{1}{5}$.

Łaszt

Zaszt tedy jeden sprzedałem po Złoty 293, y po piętnaście części jednego Złotego podzielonego na części pięćdziesiąt, to jest po groszy 9, czego z dalszych o liczbie łamaney nauk łatwo doysć będzie można.

Co się tycze sposobu na podzielenie liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających, ten w trzech następujących zamyka się regułach.

Reguła pierwsza. Jeżeli liczba do podzielenia dana, z wielu składa się gatunkow, a Dzielnik z jednego, tedy wyższy gatunek liczby podzielney, gdy jest większy nad Dzielnika, przez niego dzielę, resztę zottającą redukuję na niższy następujący gatunek, który znowu przez tego samego Dzielnika dzielę, y tak daley.



Przykład. Dzielę na sześciu Kupcow
zysk 30529 Talerow, Złotych 6 groszy 20.

Dzi:	Liczba podzielna		Wieloraz
	Talery	Złote Grosze	
6	30,5,2,9.	6 - 20.	5088 - 2 - 13 - 1
	30	8 60	
<hr/>			
	- 52.	6 14.6	8,0.
	48	12.	6.
<hr/>			
	- 49.	- 2	20
	48	30	18
<hr/>			
	- 1.	60.	- 2
			3
<hr/>			
		6 6	
		6.	
<hr/>			

W tym przykładzie, podzieliwszy na-
przód przez 6 Summę Talerow, od osta-
tniego odciągnięcia zostaje mi się Talar 1,
w którym zamykające się, Złotych ośm
łączę z sześciu Złotemi w liczbie podzieln-
ney będącemi. Summę z tąd zebraną 14,
znowu dzielę przez 6, a zostające mi się
po odciągnięciu dwa Złote redukuję na
groszy 60, które dodawszy do groszy 20
w liczbie podzielney będących mam gro-
szy 80, y dzielę je przez 6. Toż zostają-
ce się po ostatnim odciągnięciu grosze
dwa -

dwa zredukowawszy na szelągów 6, znowu dzielę przez Dzielnika 6, y mam Wieleoraz zupełny liczby do podzielenia danej Talerów 5088, Złotych 2, groszy 13, szeląg 1, w zadanej kwestyi każdemu z sześciu Kupców dostać się powinno.

Gdy zaś najwyższy gatunek liczby podzielnej będzie mniejszy od Dzielnika, tedy redukuje się wprzód na niższy gatunek, a potem dopiero dzieli się.

Przykład. Dał kto Złotych 4, y groszy 20 do podzielenia na pięciu ubogich, pytam się ile każdemu z nich dać potrzeba? Gdzie że przez 5 czterech dzielić nie mogę, tedy zaraz dane cztery Złote na grosze redukuje, do których dane osobno 20 groszy, przyłączysz całą Sumę groszy, dzielę przez 5 następującym sposobem.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \text{ - } 20 \\ & 30 \end{array}$$

120

20

$$\begin{array}{r|l} 5 & 14, 0, \quad | 28 \\ & 10 \end{array}$$

- 40

40

- -

Każdemu tedy Ubogiemu dostanie się groszy 28.

Reguła

Reguła druga. Jeżeli liczba podzielna ieden, a Dzielnik ma w sobie gatunkow więcey, tedy wżyskie gatunki w Dzielniku na najmniejszy zredukowawszy przezeń liczbę podzielną dzielię, a gdyby na ow czas Summa w liczbie podzielney mnieyszą była, tedy y ta na gatunek mnieyszy redukuje się.

Przykład pierwszy. Za pięć łokci sukna, y ćwierć zapłacono Złotych 84, pytam ile łokcie kosztuje? W tym przykładzie redukuje naprzód 5 łokci na ćwierci, do których przydawszy ćwierć iedną, mam ćwierci 21, przez które dzielię wydane 84 Złote. Wieloraz 4 wypadający, pozazuje mi, że ćwierć iedna jest po Złotych 4, a zatem łokieć po Zł: 16.

	Dziś.	L. po.	Wieloraz
5 - 1	21	84	4
4 - 20		84	

20 - 21

Przykład drugi. Za płożna łokci 7 y ćwierci 2, dałem Złotych 20, pytam ile za każdy łokieć zapłaciłem? Ponieważ w Dzielniku są dwa gatunki, to jest łokcie y ćwierci, zatem łokieć redukuje na ćwierci, a przydawszy 2, mam ćwierci 30, przez które że Złotych 20 dzielić nie mogę, redukuje y te na grosze, które dopiero przez ćwierci zredukowane, podzielę.

liwszy, mam cenę ćwierci iedney owego
płotna, groszy 20, zatym łokieć wyniesie
mi na Złotych 2 y groszy 20.

7 - 2	20
4	30
28	600
2	

30

Dziel: Li: podz: Wieloraz

30 | 600 | 20.

Reguła trzecia. Jeżeli tak Dzielnik, iako
y liczba podzielna z wielu składają się ga-
tunkow, tedy y w Dzielniku, y w liczbie
podzielney wszystkie gatunki na nay-
mniejszy osobno redukować potrzeba,
toż przez Dzielnika, liczbę podzielną, dy-
widować.

Przykład. Za trzy oka kawy, y funt ie-
den, dałem Złotych 22, groszy 10, chcę
wiedzieć, ile oko iedno kołztuie? naprzod
ok 3 zmnożyliśmy przez 3, redukując
na funty, y mam wraz z dodanym wży-
stkich funtow 10, co będzie nowym Dziel-
nikiem. Potym Złote 22 redukując na
grosze, y mam wszystkich groszy 670;
które nakoniec przez funtow 10 podzieli-
wszy, wypada mi funt ieden po groszy 67,
to jest po Złotych 2 y groszy 7, zatym
oko po Zł. 6. y gr: 21, a to w ten sposób?

83)(56)(83-		
3 - 1	22 - 10	
3	30	
<hr/>		
9	660	
1	10	
<hr/>		
Dzielnik	Liczba pod:	Wieloraz
10	670.	67
	60	
<hr/>		
	- 70	
	70	
<hr/>		

Przeſtroga I. Dzielnik wtey części liczby podzielney, którą dzieli, więcey nigdy nad dzielnicę razy brać ſię nie może. Ta zaś liczba, co po odciągnięciu produktu od liczby do podzielenia wziętych zoſtaie ſię, więkſza nad Dzielnika, ani mu równa, nigdy być niepowinna, ale zawſe mnieyſza, bo ieżeli Dzielnikowi ieſt równa, lub nad niego więkſza, znać że Dzielnik w liczbie do podzielenia odciętey, mniey wzięty byt, niżeli ſię mógł być brać.

Przeſtroga II. Ieſt ieſzcze inny ſpoſób na dzielenie liczb zwaſzcza przywiekſzych, który tu dla wiadomości podaie ſię, y natym zależy, ażeby przed zaczęciem Dywizyi, na-przód Dzielnika przez liczby 1, 2, 3, 4. &c. aż do 9 porządkiem moltiplikować, y wſyſtkie z tey moltiplikacyi wynikające produkty ie-den pod drugim piſać, przydawſzy na drugiey
ronieſt

Stronie linijki, liczby te, przez które Dzielnik multiplikowany, ten a nie inny ma produkt, te bowiem produkta nic innego nie są, tylko Dzielnik raz lub dwakroć razy wzięty, y wskazują nam; ile razy Dzielnik w liczbach, o liczby podzielney odciętych brzoć się powinien. Wizerunek tego w następującym widzied się może przykładzie.

Dzielnik	Liczba Podzielna	Wieloraz
y Produkta zg. na 409.		
1 144	214, 0, 0, 1, 1, 7, 1, 2.	14861192 $\frac{64}{144}$
2 288	144	
3 432	—	
4 576	-700	
5 720	576	
6 864	1240	
7 1008	1152	
8 1152	— 881	
9 1296	864	
	-171	
	144	
	-277	
	144	
	1331	
	1296	
	— 352	
	288	
	-64	
		Prze-

Przeſtroga III. Tabliczek Nepera, o ktor-
 ych w przeſtrodze drugiey po multiplyka-
 cyi mowiliſmy, z równą wygodą do Dwy-
 wizi, iak y do Multiplykacyi zażyć można
 ſpoſobem naſtępującym. Maiąc naprzykła-
 dź podzielić 10504 przez 52, piſc naprzod te
 dwie dane liczby na oſobney karcie, tak iako
 ſię do Dwywizi piſać powinny. Powtore
 Biorę Tabliczki E. B. u ktorych wierzchu ſą
 liczby 5 y 2 Dzielnika ſtadaiące, y ukła-
 dam ie wzduż jednę przy drugiey, iak w
 Multiplykacyi, toż Tabliczkę A. z liczbami
 naturalnemi, przuſtawiam na lewym boku
 Tabliczki E. Potrzebie. Odcinam z liczby
 podzielney z Dzielnikiem na oſobney karcie
 napiſaney, pierwszą część, którą naprzod
 przez Dzielnika mam dzielić, iaka tu ieſt
 105, a ponieważ Wielorazy, czyli liczby
 naturalne na pierwszej Tabliczce znajdując
 ſię 1, 2, 3, 4, &c. pokazują mi w kolumnach
 poprzecznych ſobie przyległych. Dzielnika
 52, raz, dwakroć, trzykroć, czterokroć &c.
 wziętego, iako ſię łatwo z przeſtęy Prze-
 ſtrogi, y z ſamego Tabliczek robienia doro-
 zumieć można, uważam więc w ktorej po-
 poprzeczney kolumnie Tabliczek. Dzielnikaraz
 albo kilka razy wziętego reprezentujących,
 taż ſama liczba 105, lub naybliżſza iej mieſci
 ſię, czyli znajduje, y wiadzę że w drugiey ko-
 lumnie poprzeczney zamyka ſię 104 naybliż-
 ſza liczbie owej odciętej 105. Poczwar-
 te. Przy tey kolumnie, 2 na pierwszej Tabliczce
 A,

A, w tym samym rzędzie położone, są Wielorazem tej pierwszej części, zacznym te 2 piśe na prawey stronie liczby podzielney na osobney karcie napisaney. Popiąte. Odcigam 104 od owey pierwszej części odcięty z liczby podzielney, po którym odciągnienu mam zostaiące się 1. Pozostę. Do tego 1 składam następiącą z liczby podzielney cyfrę 0, y mam 10, w których że oczywista jest, iż Dzielnik 52 brać się niemoże, zacznym za drugą część Wieloraza na osobney karcie napiąć cyfrę, składam do owych 10, następiącą z liczby podzielney figurę 4, a tak mam 104. Posiodmę. Uważam znowu, w ktorey poprzeczney kolumnie Tabliczek Dzielnika kilka razy wziętego reprezentujących, ta liczba 104 lub iey najbliższa zamyka się, y znayduię w drugiej kolumnie, 104, liczbę, ktorey mi prawie potrzeba było, a przy niej w pierwszej Tabliczce 2, y te są trzecią częścią Wieloraza. Nakoniec. 104 od 104 odciągnąwszy, niezoftaie się nic, a zatym Dyrizya skończona. Liczby tedy 10504 podzieloney przez 52, Wieloraz jest 202.



(60)

A. E. B.

1	5	2
2	10	4
3	15	6
4	20	8
5	25	10
6	30	12
7	35	14
8	40	16
9	45	18

$$52 \left| \begin{array}{l} 105, 0, 4, \\ 104. \end{array} \right| 202$$

$$- - 104$$

$$104$$

$$- - -$$

Przeſtroga IV. O Doſwiadczeniu dobrej uczynionej Dywizyi, mowić ſię będzie w naſtępującej Propozycji.

PROPOZYCYA VII.

Dotwieść należycie uczynionej Multiplikacyi, y Dywizyi.

Powszechne u Arytmetykow ieſt axioma: *Deſtruit multiplicatio, quod fecit Diviſio, & reſtaurat Diviſio, quod deſtruxit multiplicatio* to ieſt: Produkt multiplikacyi przez Dywizyą, a Wieloraz Dywizyi przez multiplikacyą przywracaią ſię do liczb pierwizych ktore do mnożenia, lub do po'zielenia, dane były. Na

Na doświadczenie tedy dobrze odprawioney moltiplikacyi, podziel produkt przez moltiplikatora, a Wieloraz liczbie do moltiplikacyi daney, rowny bydz powinien; inaczey bład w moltiplikacyi stać się musiał. Tak w pierwszym przykładzie z moltiplikacyi produkt 27432, podzieliwszy przez moltiplikatora 8 wyni-
ka mi Wieloraz 3429 rowny we wszystkim liczbie do mnożenia daney.

$$\begin{array}{r}
 3429 \cdot 8 \\
 \hline
 8 \overline{) 27432} \quad | \quad 3429 \\
 \underline{24} \\
 -34 \\
 32 \\
 \underline{23} \\
 16 \\
 \underline{72} \\
 72 \\
 \underline{00}
 \end{array}$$

Na doświadczenie Dywizyi, Wieloraz przez Dzielnika zmoltiplikowawszy, y przydawczy resztę, jeżeli się iaka w podziale zostala, produkt rowny bydz powinien, liczbie do dzielenia daney. Tak w przykładzie pierwszym z Dywizyi, Wie-
loraz

(62)

loraz 21141 zmnożył przez
Dzielnika 6, produkt 126846, wypada ro-
wny liczbie do podzielenia danej.

Dzielnik	Liczba pod-	Wieloraz
6	12,6,8,4,6,	21141
	12	6
	—	
	--6	Produkt 126846.
	6	
	—	
	-8	
	6	
	—	
	24	
	24	
	—	
	--6	
	6	
	—	

Z podobną, iak w Addycyi, y w Sub-
trakcyi łatwością, doświadczyć także
można dobrze odprawionych Multipli-
kacyi, y Dywizyi, przez wyrzucenie
dziewięciu. *Naprzód* albowiem po uczy-
nionej multiplikacyi wyrzuca się po
dziewięć z liczby A. do mnożenia danej,
a 4 pozostałe kładą się na wierzchu krzy-
ża M. *Ponwtoe.* wyrzuca się po dziewięć
z multiplikatora B, a 1 od dziewięciu po-
zostałe, kładzie się na dole krzyża N.

Potrząćcie

Potrzenie. te dwie reszty, multiplikują się między sobą; a z produktu wyrzuciwszy ile razy można po dziewięć, reszta ztąd pozostała 4, piśze się na boku krzyża O. *Nakoniec.* z produktu generalnego C, każde przypadające 9 wyrzuciwszy, liczba, która się od ostatnich dziewięciu, została, liczbie O na boku krzyża napisaney równa być powinna, iakie tu są 4, y piśzą się na drugim boku tegoż Krzyża P.

		M.	
A.	1228		4
B.	19		
	<hr/>		
	11052	O. 4	4 P.
	1228		
	<hr/>		
C.	23332		
		N.	

W Dywizyi *naprzód* wyrzuca się po 9 z Dzielnika D, y reszta 3 od 9 zostająca, piśze się na wierzchu krzyża Q. *Ponwore.* wyrzuca się po 9 z Wieloraza F. y reszta pozostała 3, piśze się na dole krzyża R. *P. trzecie.* te dwie reszty zmultiplikowały między sobą, y wyrzuciwszy z produktu 9 cyfra 0, w tym przykładzie pozostała kładzie się na boku krzyża S. *Nakoniec.* z liczby podzielney po 9 wyrzuciwszy, resztę mieć powinienem równą liczbie

czbie na boku Krzyża T. napisaney, która
w następującym przykładzie jest o, y piszę
ją na drugim boku Krzyża T.

D. 12	E. 24. 0, 1, 2	F. 2001	Q.
	24		3
	-- 0	S. 0	
	12.		
	12		
	---		3
			R.

Przeestroga. Dotąd o prostych rachunkach,
liczb Catkowitych tak jednego, iako, y ro-
żnego gatunku, mowiliśmy. Przeestrogi y
nauki szczególneysse o każdym z osobna ro-
dzaju rachunkow, podane, im lepiej kto spa-
mięta, y doskonaley poymie, tym maiey dla
siebie znajdzie trudności w następujących
wyższey Arytmetyki Regulach. A że nay-
częściey liczby różnego gatunku w Rachunek
wchodzą, z tey przyczyny każdy o to starać
się powinien, ażeby doskonale wiedział cenę,
y proporcycą gatunku niższego do gatunku
wyższego każdej rzeczy, mając zupełną mo-
net, wag, y miar, wiadomość; ktore iako
w każdym Kraiu nie są jednakowe, tak Re-
gula na nie generalna, nie tak z przepisu Ra-
chmistrzow, iako bardziey z codzienney pra-
ktyki, zabrać się może, a zwiętsza w na-
jszym Kraiu, gdzie w każdej prawie Prowin-
cyi

cyi nazwiska, proporcye miar są różniące się między sobą. Których specyfikacyą obserwujemy tu wyrażać, za rzecz miłej potrzebnej osądziłem, aż poki zupełna w całym Państwie tak monety, iako wag, y miar, nie nastąpi korekcyacya, y ieden wszędzie walor.

Zakończę Rozdział ten, kilka ciekawemi Kwestyami, ażeby łatwością w solwowaniu ich przez proste Arytmetyki Reguły. Mógł zachęcona, do dalszych tym chętniey brata się.

PROPOZYCYA VIII.

Zamykająca w sobie niektóre ciekawe zadania, które przez poprzedzające proste Arytmetyki Reguły łatwo solwować można.

ZADANIE I. Z powszechnego Astronomow wymiaru, Słońce odległe jest od ziemi na mil Niemieckich 20,136,600 a Miesiąc na mil 54900. pytam iak wielka jest odległość Słońca od Miesiąca?

Odciągnąwszy liczbę mnieyszą od większey, maż odległość Słońca od Miesiąca, na mil Niemieckich 20.081,700.

ZADANIE II. Ma Oyciec lat 37, Syn lat 9; pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Mułyplikuy lata Synowikie przez 2. produkt 18, z tąd wypadający, odciągnij od lat Oycowkich 37, reszta 19, pokaże ci, że lat 19 Syn z Oycem pożywszy, będzie miał połowę lat Oycowkich. Wszakże 19 a 37, czynią 56, a zdrugiey strony 19 a 9, czynią 28, co iest połową lat 56.

ZADANIE III. Troię w lat 431 przed założeniem Rzymu zburzyli Grecy. Od założenia Rzymu aż do Narodzenia Chrystusa upłynęło lat 753, od Narodzenia Chrystusa aż do Roku terażnieyszego wyszło lat 1766, pytam, ile lat minęło od zburzenia Troi?

Dodawłzy wszystkie trzy wzwyż wyrażone Summy, masz lat 2950, które od zburzenia Troi do tych czas upłynęły.

ZADANIE IV. Prochow palących wynalazek, przypisują Bartoldowi Mnichowi Kolonkiemu, około Roku 1380, chcę wiedzieć, ile lat od wynalazku prochow minęło?

Odciągnij Rok wzwyż wyrażony od Roku terażnieyszego, a reszta 386, to ci pokaże.

ZADANIE V. Homer od Hezyoda spytany, ile Grekow na pierwszą expedycyą pod Troię wyprowiło się? Odpowiedział:

Siedm

*Siedm kucheń było, a z każdej przypadło
Pięćdziesiąt stołów zastawić potrawą,
Dziewięćset Greków za jeden stoł jadło,
Złotnych jedynie do Woiennej sprawy.*

Zmnożyłszy. naprzód 7 przez
50, a potem produkt ztąd wynikający
350 przez 900. maż produkt generalny
315000; ile Wojowników Greckich pod
Troję na pierwszą ekspedycyą wyprawilo się.

ZADANIE VI. Na teyże Wcyne Tro-
jańskiej, która lat 10 trwała, zginęło o-
gościn Greków y Trojan 1.566,000., ale
tak; że kłętka Greków, 194 tysiącami wię-
cey nad Trojan wynosiła, pytam ile zgi-
nęło Greków, ile Trojan?

Do połowy Summy generalney doda-
wszy połowę przewyższki, czyli różnicy,
która tu między kłëtkami zachodzi, maż
liczbę zabitych Greków 880000, a od po-
łowy Summy generalney odciągnąwszy po-
łowę teyże przewyższki, maż liczbę za-
bitych Trojan 686000.

ZADANIE VII. Obwód czyli Cyrkuł
okręgu Ziemowodnego dzieli się na 360
Gradusów, w jednym Gradusie iest mil
Niemieckich 15, Polskich 18, pytam ile
ma mil Niemieckich, lub Polskich, obwód
całej ziemi?

Zmnożyłszy 360 Gradusów
przez 15, maż okręgu ziemskiego na mil

Niemieckich 5400, a z multiplikowawszy też gradusy przez 18, masz mil Polickich 6480.

ZADANIE VIII. Podróżny żartując z Arytmetyka, rzecze do niego: Doydź przez twe rachunki, ile mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podróżnemu sekretnie multiplikować przez 9, toż produkt podzielić przez 3, a Wieloraz z tej Dywizyi wypadający, znowu multiplikować przez 6. Toż prosi go o wikazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy przez 18 ma mil zadanych kwotę. Dajmy że mil owych było 24, te zmultiplikowawszy przez 9, iest produkt 216, który podzieliwszy przez 3, wypada Wieloraz 72, a ten multiplikując znowu przez 6 wychodzi produkt 432, ten produkt ostatni gdy nakoniec podzielę przez 18, mam Wieloraz 24, która mil liczba założona była.

ZADANIE IX. W pewney Fortecy było Francuzow y Szwaycarow 2,114, n Szwaycarow tylko raz w tydzień warta przypadała. pytam wiele było Francuzow. a wiele Szwaycarow?

Podziel 2,114, przez dni 7, z których składa się ieden tydzień, a Wieloraz pokaże

każe ci liczbę Szwycarow 302; Wieloraz ten odciągnąwszy od 2,114, reszta 1,812 pokaże ci liczbę Francuzow.

ZADANIE X. Dwoch Braci, proszą trzeciego o orzechy, które niedawno kupił! Na co im tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka, Szostam dał Siostrze. Wy chcecie ostatka? Z tysiąca dwoch set, tylko te, mam w ręście, Których zgadnęwszy liczbę, wszystkie weście.

Podziel naprzód 1,200 przez dwa, a Wieloraz pokaże ci, że Oyciec wziął 600.

Podziel powtore 1,200 przez 4, a Wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła 300.

Podziel potrzebie 1,200 przez 6, a Wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Zniósłszy te Summy parcyalne, Summę z nich zebraną 1,100 odciągnij od 1,200, reszta od odciągnięcia pozostała, pokaże, że jeszcze zostało mu się orzechow 100, które dwom Braci ofiarował.



ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach Liczb Łamanych.

I. **L**iczba Łamana, którą inaczej zowiemy *Frakcyą*, lub *Miucyą*, jest część iedna, albo więcey części rzeczy iakiey, na kilka rownych części podzieloney. Tak podzieliwszy Złoty ieden na trzy części, gdy mam z tych trzech części, dwie, mowi się że mam dwa ze trzech, co na piśmie tak się wyraża $\frac{2}{3}$.

Do wyrażenia tedy liczby łamanej, dwa numery koniecznie są potrzebne, ie ten który kładę nad liniyką, a ten zowie się *Licznik*, *Numerator*, y wskazuje mi, wiele mam części z rzeczy podzieloney. Drugi, który piszę pod liniyką, a ten zowie się *Mianownik*, *Denominator*, y wymienia mi, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak naprzykład:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{11}{25}$$

znaczy, że mam iedną ze dwoch, czyli połowę, iedną ze trzech, dwie z siedmiu, cztery z dziewięciu, iedenastie ze dwudziestu części rzeczy iakiey, na takoweż części równie podzieloney.

II. Liczba Łamana, w ktorey Licznik Denominatorowi rowny będzie, znaczy iedno

„83)(71)(83”

iedno całkowite, tak mając $\frac{1}{3}$ trzy ze trzech; mam iedno całe, bo mam trzy części z rzeczy tej, która na też same trzy części podzielona była.

III. Liczba Łamana, w ktorey Numerator nad Denominatora iest więkizy, zowie się *impropria*, to iest niewłaściwa czyli zmyślona tylko; y wynosi więcej nad iedno całkowite. Tak mając $\frac{4}{3}$ pięć ze trzech części iednego Złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na ktore, Złoty podzielony był, y dwie procz tego części, drugiego Złotego, na takoweż równe trzy części podzielonego, to iest mam Złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego Złotego, czyli groszy 20; co się tak wyraża $1\frac{2}{3}$. Złoty ieden, y dwie ze trzech części, drugiego.

IV. Ułamek liczby łamanej, czyli Frakcyja Frakcyi, iest część, od sameyże Frakcyi, odcięta, tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi się że iest odcięta połowa dwóch ze trzech, a piśze się tak: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$; liniyka te dwie Frakcyje przedziela. znaczy, że pierwsza Frakcyja iest częścią Frakcyi następującej. Tak mając $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego Złotego, to iest gr: 20, gdy z tych dać komu $\frac{1}{2}$ czyli połowę; mowi się, że mu dać połowę dwóch ze trzech części iednego Złotego, to iest groszy 10.

V.

V. Dla uniknienia, przydługiego zatrudnienia w Rachunkach, zażywać będziemy na potym następujących znakow Arytmetycznych, powszechnie wszystkim Rachmistrzom świadomych, które dobrze w pamięć wbić sobie potrzeba, żeby z małej na nie baczności, omyłek y błędow w dalszych Rachunkach nie popełniać.

Znak tedy równości między liczbami jest taki: $=$; *naprzykład* $a = b$, znaczy że cena pod literą a, wyrażona, równa jest we wszystkim cenie, która pod literą b, mieści się.

Znak Addycyi jest $+$ nazywa się *plus*, to jest więcej, co u nas wyrazić się może tak Konjunkcyą, a, tak *naprzykład* $2 + 3 + 5 + 1 = 11$, znaczy: że 2, a 3, a 5, y jedno czynią 11, albo równe są jedenastu.

Znak Subtrakcyi jest $-$ *minus*, *mniey*, np. $8 - 5 = 3$, znaczy, że ośm zmniejszone pięcioma, równa się trzem.

Znak Multyplikacyi jest \times Tak $5 \times 3 = 15$, znaczy że pięć zmultyplikowane przez trzy równa się piętnastom.

Znak Dywizyi wyr. za się Frakcyą, w ktorej liczba do dzielenia dana, ma-cie się na miejscu Numeratora, a Dzielnik, na miejscu Denominatora, *naprzykład* $\frac{18}{3} = 6$, znaczy że 18 podzielone przez 3, równa się szóstom.

Znak

Znak proporcji, czyli względu rownego między liczbami jest, :: *naprzykład* 2. 4 :: 5. 10, znaczy, że między 2 y 4, taż sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między 5 y 10, to jest, że iako 2, w 4, tak 5, w 10, zupełnie dwa razy mieszczą się.

Znak proporcji ciągnionej jest \div z samego początku położony; *naprzykład* \div 2 + 8, znaczy że średnia liczba 4, bierze się dwa razy, raz, iako 2, dwa razy w sobie zamyka, drugi raz, iako sama w 8 dwa razy wzajemnie mieści się.

VI. *Axiomata, czyli prawdy niezawodne Arytmetyczne, do doskonałego liczb łamanych zrozumienia potrzebne.*

A X I O M A I.

Jedno, do całej Frakcji tę ma proporcją, i iaką ma proporcją Denominator teyże Frakcji do swego Numeratora. *Naprzykład* 1. $\frac{2}{3}$:: 3. 2, jedno bowiem, jest to rzecz cała nie podzielona, która tak się ma do swoich części, przez całą Frakcję wyrażonych, iak się ma Denominator, który nic innego nie jest, tylko toż samo jedno na części podzielone, do tychże samych swoich części w Numeratorze zamkniętych. Pokażmy to w Przykładzie, niechay będą $\frac{2}{3}$, dwie ze trzech

trzech części iednego Złotego, to iest gro-
szy 20 Złoty tedy ieden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to
iest do groszy 20, ktore cała Frakcyja $\frac{2}{3}$
wyraża, iak się mają groszy 30. czyli Zło-
ty do groszy 20, to iest Denominator do
Numeratora.

AXYOMA II.

Frakcyje w których Numeratory iedna-
kowąż do Denominatorow swoich mają
proporcyę, są rowne, y iedney ceny. Na-
przykład $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$. Ponieważ w każ-
dych tych Frakcyi numerator dwa razy zu-
pełnie mieści się w swoim Denominatorze.
z tey przyczyny wszystkie te Frakcyje ie-
den walor mają, to iest wszystkie znaczą
połowe.

AXYOMA III.

Frakcyja, ktorey tak Numerator, iako y
Denominator przez tęż samę multy-
plikują się, lub dzielą razem liczbę, wa-
loru swego nieodmienia, y zawsze iedney
iest ceny, tak następującey Frakcyi $\frac{1}{4}$ mul-
typlikując przez 5 tak Numeratora 4, ia-
ko y Denominatora 8, wynika Frakcyja $\frac{5}{8}$,
ktora toż samo znaczy, co pierwsza. Po-
dobnymże sposobem dzieląc tak Numerato-
ra 4, iak Denominatora 8, przez 2, wy-
nika Frakcyja $\frac{2}{4}$, tegoż samego co y pier-
wsza, waloru.

Prze.

Przeſtrogą. *Wiele zależy na tym, ażeby dotąd wyrażone o Liczbach tamanych, nauki, Definicje, y Axiomata, dobrze zrozumieć y pamiętać, bez czego, następujące Propozycje niemato trudności sprawić by mogły.*

PROPOZYCYA I.

Danych dwoch Liczb znaleźć miarę powszechną największą.

M iara dwoch liczb powszechna największa, jest liczba taka, która, równie, zupełnie, y bez najmniejszey reszty, obydwie dane liczby dzieli, *naprzykład* między 12 y 15, miara powszechna największa jest 3, gdyż przez te 3 podzieliwszy 12, wychodzi mi spełna 4, a podzieliwszy 15, wychodzi mi spełna 5, bez najmniejszey od obydwu liczb danych reszty. Dla tego zaś liczba taka nazywa się miarą największą, że liczb przez nią podzielonych, żadna inna liczba większa nad nią zarownie podzielić niemoże.

Chcąc tedy dwoch liczb danych powszechną miarę największą znaleźć, iedney *naprzykład* pod literą A, drugiej pod literą B, wyrażoney, dziel naprzod liczbę większą A, przez liczbę mnieyszą B, a Wieloraz z tego podzielenia wypadający,

mimo

mimo puściwszy, przez resztę pozostałą C, dziel znowu liczbę mnieyszą B, a zaniechawszy y tu Wieloraza, znowu przez zostającą się resztę D, dziel liczbę C. gdzie znowu Wieloraz porzuciwszy, prz z resztę E, dziel liczbę D, toż przez resztę F, dziel znowu liczbę E, która liczba F. że bez naymnieyszey reszty podzielił liczbę E, iest dwóch liczb A y B. na początku danych naywiększą powszechną miarą, ktorey szukałeś, a zatym podzieliwszy przez 18, naprzód większą liczbę A 234, wypadnie ci 13, potym, mnieyszą liczbę B. 144, wypadnie ci 8, bez naymnieyszey, od podzielenia obydwu danych liczb reszty. Wizerunek tego masz następujący.

$$\begin{array}{r|l} B. 144 & A. 234 \\ \hline & 144 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} C. 90 & B. 144 \\ \hline & 90 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} D. 54 & C. 90 \\ \hline & 54 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} E. 36 & D. 54 \\ \hline & 36 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} F. 18 & E. 36 \\ \hline & 18 \end{array} \quad 2$$

83)(77)(83

Przykład drugi. Szukam największey powszechney miary, między następującymi dwoma liczbami, jedney pod literą G, drugiey pod literą H.

$$\begin{array}{r|l} \text{H. } 102 & \text{G. } 438 \\ \hline & 408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{I. } 30 & \text{H. } 102 \\ \hline & 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{K. } 12 & \text{I. } 30 \\ \hline & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{L. } 6 & \text{K. } 12 \\ \hline & 12 \end{array}$$

Miedzy temi dwoma danemi liczbami, naywieksza powszechna miara, jest 6. przez ktore dzielac liczbe wieksza G. 438, wypada 73. Dzielac tudziez liczbe mnieysza H. 102, wypada 17 bez naymnieyszey od podzielenia obydwu liczb reszty.

Iezeli z. s po skonczoney tym sposobem miedzy dwoma danemi liczbami Dywizyi, zostae sie 1. znak jest ze liczby dane powszechney zadney miary miedzy soba nie maja. y sa wzgledem siebie *numeri incommensurabiles*, liczby niezmieryste. jako to daie sie widziec w nastepujacych
dwóch

$\frac{78}{2}$

dwóch liczbach, pod literami M. y N. wyrażonych.

$$\begin{array}{r|l} \text{N. 49} & \text{M. 134} \\ & 98 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{O. 36} & \text{N. 49} \\ & 36 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{P. 13} & \text{O. 36} \\ & 26 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Q. 10} & \text{P. 13} \\ & 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{R. - 3} & \text{Q. 10} \\ & 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array}$$

Ze tedy te dwie liczby M. y N. dzieląc między sobą wzwyż wyrażonym sposobem, zostaje mi się nakoniec 1. Znak jest że liczby owe żadney powszechney miary nie mają, aprzeto przez żadną liczbę podzielić ich tak niemożna, ażeby się od obydwu nic nie zostawało.

Demonstracya czyli ukazanie tey operacyi, przez się jest iawne. Bo przez nieustanne owe liczby mniejszey od więk-
 szey przez Dywizyą odciąganie, przysię na ostatek koniecznie musimy, do takiej liczby, ktoraby danych liczb równym by-

ła wymiarem, albo wskazała nam przynajmniej, że między liczbami danemi żadna miara powszechna znaleźć się nie może. Liczba, dane liczby dzielić równie mogąca, zowie się jeszcze inaczej liczbą tych część ła, *Pars aliquota*, a liczba która danych liczb, iako miara powszechna dzielić nie może, zowie się część ła. *Pars aliquanta*, iednej z nich, to jest tej, którą bez pozostania reszty nie dzieli.

Przestroga. Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczym zażyta być może za największą powszechną miarę, między sobą, y drugą liczbą daną, tak 7 jest największą powszechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzielniejszy przez 7, wypada 1, a 21 podzielniejszy przez 7, wypadają 3; bez najmniejszej od liczby obojey, reszty.

PROPOZYCYA II.

Liczbę Łamaną na najmniejszy terminy redukować.

Do iasney, y łatwiejszey, liczb Łamanych Rachuby, największey pomaga. kiedy ie do iek najmniejszych redukuje my terminow, ktoremi Frakcye wyrażone, tćz samo znaczą, co znaczyły przed tym w wielkich terminach zamknięte.

Chcąc

Chcąc tedy Frakcyę do naymnieyszych terminow redukować *naprzód* przez *Propozycyę poprzedzającą* znaydziy naywiększą powszechną miarę, między iey Numeratorem, y Denominatorem.

Ponieważ Przez wynalezioną naywiększą powszechną miarę, podziel osobno Numeratora, y osobno Denominatora Frakcyi danej; Wieloraz Numeratora, będzie nowym Numeratorem, Wieloraz Denominatora, będzie nowym Denominatorem Frakcyi nowej, rowney we wśzystkim danej Frakcyi przez *Axyoma III.* Tak *na przykład* Frakcyę następującą $\frac{160}{296}$ chcąc redukować do naymnieyszych terminow, szukam przez *Propozycyę poprzedzającą* naywiększey powszechney między temi dwoma liczbami miary, która jest 8, przez te 8 dzieląc Numeratora 160, mam 20, dzieląc potym Denominatora 296, mam 37, z czego wynika mi Frakcyja $\frac{20}{37}$ w naymnieyszych terminach wyrażona, a tegoż samego watoru, co Frakcyja dana $\frac{160}{296}$. Tym samym sposobem czyniąc, z następującey liczby samaney $\frac{6}{8}$, mam inną $\frac{3}{4}$ pierwśzey we wśzystkim równą, dzieląc y Numeratora, y Denominatora iey przez 12, które są naywiększą miarą danej Frakcyi $\frac{6}{8}$.

PRO.

PROPOZYCYA III.

*Dane Frakcyę do iednego Mianowni-
ka, czyli Denominatora
redukować.*

Redukować Frakcyę do iednego Miano-
wnika, nic innego nie iest, tylko u-
czynić, ażeby Frakcyę różnych Miano-
wnikow mające, iednego na potym Mia-
nownika mi ły, nieodmieniwszy nic we-
wnętrżney swojej ceny.

Chcąc tedy dwie Frakcyę, *naprzykład* $\frac{2}{3}$
y $\frac{3}{4}$ do iednego Mianownika redukować,
rozmnóż *naprzod* przez Mianownika dru-
giey Frakcyi, osobno Licznika, y osobno
Mianownika Frakcyi pierwszey, to iest
 $4 \times \frac{2}{3}$, masz inną Frakcyą $\frac{8}{12}$, pierwszey ze
wszystkim równą. Rozmnóż *potym* przez
Mianownika Frakcyi pierwszey, Licznika. y
Mianownika Frakcyi drugiey, to iest $3 \times \frac{3}{4}$
masz inną Frakcyą $\frac{9}{12}$, drugiey danej
Frakcyi ze wszystkim równą. Otoż te dwie
dane Frakcyę, watoru swego nic niestra-
ciwszy przez *Axyoma* III, iednego teraz
Mianownika mają.

$$\begin{array}{r|l} \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} & \frac{1}{6} \times \frac{10}{15} \\ \hline \frac{8}{12} & \frac{10}{90} \end{array}$$

Iezeli zaś danych będzie więcej liczb-
samanych, ażeby ie do iednego Miano-
wnika

wnika redukować, *naprzykład* $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$.
 W tenczas *naprzód* przez produkt Mianownikow drugiey, y trzeciey Frakcyi, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszej, to iest $20 \times \frac{2}{3}$ masz Frakcyą nową $\frac{40}{60}$ pierwszej ze wżysłkim równą, przez *Axyoma III*. *Powtore* przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszej, y trzeciey, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiey, to iest $15 \times \frac{3}{4}$ masz Frakcyą nową $\frac{45}{40}$ drugiey daney Frakcyi ze wżysłkim równą; przez toż *Axyoma III*. *Potrzecie*. Przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszej, y drugiey, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi trzeciey, to iest $12 \times \frac{1}{5}$, masz Frakcyą nową $\frac{12}{50}$, trzeciey daney Frakcyi ze wżysłkim równą przez toż *Axyoma III*.
 Aż oto te trzy Frakcye, waloru swego wewnętrzznego nic niestraciwszy, iednego już Mianownika mają.

$$\begin{array}{ccc|ccc} \frac{2}{3} & \times & \frac{3}{4} & \times & \frac{1}{5} & || & \frac{1}{5} & \times & \frac{3}{4} & \times & \frac{2}{3} \\ \hline \frac{40}{60} & \frac{45}{40} & \frac{12}{50} & & & & \frac{40}{60} & \frac{45}{40} & \frac{12}{50} & & \end{array}$$

Toż samo czyn, ilekolwiek Frakcyi do iednego Mianownika redukować ci przydzie, to iest: przez produkt wżysłkich Mianownikow, (procz Mianownika Frakcyi którą aktu redukuiesz) mnoż osobno Licznika, y Mianownika, wżysłkich z osobna danyh Frakcyi.

Prze-

Przeſtroga I. Gdy Mianownik iedney ze dwoch Frakcyi danych, ſpełna dzieli Mianownika Frakcyi drugiey, w tenczas przez Wieloraz z tey Dywizyi wynikający, rozmnoż Licznika, y Mianownika tey Frakcyi, ktorey Denominator, Denominatora Frakcyi drugiey zupełnie podzielił, a Frakcyę będą mieć obydwie iednego Mianownika. Niechay na przykład będą dane dwie naſtępujące Frakcyę $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$. Ponieważ 3 Denominator pierwſzey Frakcyi, mieſci ſię zupełnie pięć razy w 15, to ieſt Denominatorze Frakcyi drugiey; zaczyń przez ten Wieloraz 5, zmnożyliko wnieſzy Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwſzey, 5×2 maſt $\frac{10}{15}$, która Frakcyę tegoż ſamego Mianownika ma, co, y drugą $\frac{7}{15}$.

Przykład pierwſzy. Przykład drugi.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3}, \frac{7}{15} \\ \frac{10}{15}, \frac{7}{15} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{4}{3}, \frac{9}{12} \\ \frac{3}{12}, \frac{3}{12} \end{array}$$

Przeſtroga II. Z tey Propozycyi uczemy ſię poznawać, która z zadanych liczb łamanych ieſt więkſza? bo zredukowuſzy ie do iednego Mianownika, ta więkſza ieſt, ktorey Licznik ieſt więkſzy.

PROPOZYCYA IV.

Liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować, nieodmieniając ceny iey bynajmniey.

Niechay będzie dana Frakcyę $\frac{2}{3}$, którą potrzeba redukować na Frakcyę mającą Denominatora 60.

F₂

Przez

Przez Licznika 2, rozinnoż danego Denominatora 60, 2 X 60, a produkt 120. podziel przez 3 Deminatora daney Frakcyi, 3 | 120 | 40. Wieloraz ztąd wypadający 40, będzie nowym Licznikiem zadanego Mianownika 60, y wynidzie Frakcyą $\frac{40}{60}$ daney Frakcyi $\frac{2}{3}$ we wszyftkim rowna, przez *Axyoma II.* Bo 3. 2 :: 60. 40.

Iezeli zaś daney Frakcyi Denominator nie spełna dzieli produkt z Denominatora nowego, y z Numeratora daney Frakcyi wypływający, iako *naprzykład* w następuiącey liczbie łamaney $\frac{2}{3}$, którą chcę do Denominatora 8 redukować, gdyż 8 X 2 = 16, a 16 podzielone przez 3, czynią 5, y zostaje się 1; w ten czas za Numeratora, danemu Denominatorowi, napisz Wieloraz 5, to jest $\frac{5}{8}$, resztę zostającą się, iakie jest w tym razie 1, napisz za ułamek liczby łamaney $\frac{1}{3}$ z pierwszym Denominatorem 3, następującym sposobem $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$, y to przez znak Addycyi + przyłącz do wynalezioney Frakcyi, tak $\frac{5}{8} + \frac{1}{3} | \frac{1}{8}$. Co się tak wymawia: dwa ze trzech zredukowane do Denominatora ośmiu, czynią pięć z ośmiu, y jeden ze trzech, jednego z ośmiu $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} + \frac{1}{3} | \frac{1}{8}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ rowne są $\frac{5}{8} + \frac{1}{3} | \frac{1}{8}$ dowieść tego dowodnie można przez *Axyoma II.* Bo
przez

przez Propozycyę VII. tego Rozdziału ter-
uśamek liczby łamanej $\frac{1}{3} | \frac{1}{3}$, do iedney
zredukowawszy Frakcyi czyni $\frac{1}{24}$. A za-
tym $\frac{2}{3} = \frac{8}{24}$, a przez Axyoma III, y prze-
Przeſtrogę I. Propozycyi III. $\frac{2}{3} = \frac{1}{24} \div \frac{1}{24}$, to
ieſt przez Prop: VIII. tego Rozd: $\frac{2}{3} = \frac{1}{24}$. Na-
poniec przez Prop: II zredukowawszy Fra-
kcyę $\frac{1}{24}$ na naymnieysze terminy $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Przeſtroga. Z tey Propozycyi uczemy ſię
dochoǳić ceny liczb łamanych, przez zre-
dukowanie ich na części nam wiadome. Tak
chcąc wieǳieć, ile czynią $\frac{2}{3}$, trzy z ośmiu
części dnia iednego? redukuje tę Frakcyę
do Denominatora 24, ile godzin zamyka
w sobie dzień naturalny. A zmultipliko-
wawszy danego Denominatora 24, przez 3
Numeratora danej Frakcyi, y produkt ztąd
wynikający 72, podzielniwszy przez 8, De-
nominatora teyże Frakcyi, mam inną nową
Frakcyę $\frac{9}{24}$, pierweſzey ze wſyſtkim równą,
przez Axyoma II., lecz z ktorey, części owe
dnia poznać, y wyrazić mogą doſkonale. Bo
jeżeli $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$, toć trzy z ośmiu części dnia
iednego znaczą godzin dziewięć.

PROPOZYCYA V.

Liczbę Łamang na Liczby Całko-
wite redukować.

Gdy Licznik nad Mianownika ſwego
większy ieſt. Frakcyę taka (iako ſię
wyżej rzekło) ieſt niewłaściwa, a przeto
kiedy

kiedy tego potrzeba będzie, bardzo łatwo zamienimy, y zredukujemy ją na liczbę Całkowitą, podzieliwszy Licznika iey przez Mianownika. *Naprzykład* następującej Frakcyi $\frac{12}{3}$, podzieliwszy Licznika 12, przez Mianownika 3, wypada na liczbę całkowitą Wieloraz 4. Tak mając $\frac{6}{3}$ Złotego, mam Zł: 2. Bo $\frac{6}{3} = 2$.

Gdy zaś Mianownik niepełną dzieli Licznika, reszta pozostała, od złożenia liczby Całkowitey, kładzie się za Frakcyą z tymż samym Mianownikiem. Tak mając $\frac{10}{3}$ Złotego mam Złotych 3, y jedną z trzech części czwartego Złotego, to jest groszy 10. Bo $\frac{10}{3} = 3\frac{10}{3}$.

Przeſtrogą. Z tej Propozycyi uczyćmy się redukować, Monety, Wagi, y Miary, mnięjſze na więkſze: tak $\frac{3}{4}$ Groszy = Złotych $\frac{1}{16}$, tak $\frac{1}{4}$ Godzin = Dni 7.

PROPOZYCYA VI.

Liczbę Całkowitą na Liczbę Łamaną do jakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Daymy *naprzykład* 3 aby ie redukować na liczbę łamaną, ktorey Denominatorem ma być 7. Rozmnoż daną liczbę całkowitą 3 przez danego Denominatora

natora 7, a produkt 21 napisz za Licznika
temuż Denominatorowi, masz Frakcyą $\frac{21}{7}$
rowną we wszystkim daney liczbie całko-
witey 3, albowiem 21 podzieliwszy przez
7, wroci się nazad 3. Tak chcąc 3 Złote
zredukować do Denominatora 30, multiply-
kując 30×3 , y mam Frakcyą $\frac{90}{30}$ to iest
groszy 90 = Złotych 3.

Przeestroga. I. Toż samo czyni, redukując
liczbę całkowitą, y przytaczając do Frakcyi
daney. Naprzykład redukując, y przytacza-
jąc 2 do $\frac{2}{3}$. Rozmnożywszy albowiem 2 przez
3 Denominatora daney Frakcyi, produkt 6
złącz przez Addycyą z 2, Licznikiem daney
Frakcyi, y masz 8, które napisz za Licznika te-
muż samemu Denominatorowi 3, będzieś miał
nową Frakcyą $\frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$.

Przeestroga. II. Liczbie całkowitey podło-
żurśy za Mianownika 1, staie się niby Fra-
kcyą quasi Fractio, tak $\frac{6}{1} = 6$, $\frac{8}{1} = 8$. Proszę to
dobrze pomyśleć do następujących Propozy-
cyi, gdzie o Multiplicacyi, y Dywizyi liczb
samych mówić będziemy.

Przeestroga. III. Z tey Propozycyi, prze-
mny się redukować Monety, Wagi, y Miary
większe na mniejsze, zmultiplikowawszy je,
przez Monety, Wagi, y Miary mniejsze, które
w sobie zamykają. Tak Talerów bitych 15
zmultiplikowawszy przez 8, mam Złotych
120. Cebnarów 5, zmultiplikowawszy przez
160, mam funtów 800. Gradusów 7 zmulty-
plikowawszy przez 15, mam mil Niemie-
ckich 105.

PROPOZYCYA VII.

Ułamki Liczby Łamaney na iednę proslą Frakcyą zredukować.

Chcąc ułamek liczby łamaney, do iedneyże Frakcyi, z Frakcyą ktorey iest ułamkiem zredukować. *naprzykład* z tych dwóch Frakcyi $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$. z których pierwsza iest ułamkiem drugiey, chcąc iedną Frakcyą zrobić; moltiplikuy ośobno między sobą Licznikow 1×2 , y ośobno Mianownikow 2×3 . Produkta z nich wypadające 2, y 6, będą nowym Licznikiem. y Mianownikiem, to iest produkt z Licznikow $1 \times 2 = 2$, będzie nowym Licznikiem. Produkt z Mianownikow $2 \times 3 = 6$, będzie nowym Mianownikiem Frakcyi $\frac{2}{6}$ rowney we wszystkim daney Frakcyi z iey ułamkiem $\frac{1}{2} | \frac{2}{6}$.

Obiaśniam to następującym przykładem. Mając *naprzykład* $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$ iednego Złotego, to iest przez *Punkt* IV. gróży 10, toż samo iest, iak gdybym miał $\frac{2}{3}$ tegoż samego Złotego. Bo Frakcyą $\frac{2}{3}$, przez największą powzechną miarę 2, do najmniejszyż terminow zredukowana przez *Prop.* II czyni $\frac{1}{3}$ iednego Złotego, to iest też same gr: 10. a zatym $\frac{1}{2} | \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Toż

Toż samo czyn, kiedy ci więcey ułam-
kow iedney Frakcyi przyidzie na iednę
Frakcyą zbiić, *naprzykład* w następują-
cych ułamkach liczby łamanej $\frac{2}{3} | \frac{2}{3} | \frac{2}{3}$
zmultipikowawszy wszystkie między sobą
Numeratory $3 \times 2 \times 3 = 18$. y wszystkie De-
nominatory $4 \times 3 \times 5 = 60$, masz z tych
wszystkich iedną Frakcyą $\frac{28}{60}$ danym ułam-
kom Frakcyi, we wszystkim równą.

PROPOZYCYA VIII.

Liczy Łamane dodawać.

Jeżeli liczby łamane do znieśienia dane
mają iednokowego Mianownika, dodaj
razem wszystkie Liczniki, a napisawt-
je nad tymże samym Mianownikiem
Addycyą zakończysz. Chcąc *naprzykład*
dodać $\frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30}$ iednego Złotego, zne-
zę same Liczniki $1 + 2 + 1 + 1 = 4$, y Summę
z nich zebraną 42 kładę za nowego Li-
cznika danemu Mianownikowi 30, y mam
Frakcyą $\frac{42}{30} = 1 + \frac{12}{30}$, to iest: $\frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} =$
 $\frac{42}{30} = 1 + \frac{12}{30}$, to iest groszy 1, a 20, a 5, a 10,
czynią groszy 42 = Zł: 1, y gr: 12.

Jeżeli zaś liczby łamane dane do znie-
śienia, różnych Mianowników mają, to
zredukowawszy, naprzód do iednego Mia-
nownika, przez Propozycyą III, zbierz po-
tym, sposobem wzyż wyrażonym.

Jeżeli

83)(90)(83

Jeżeli nakoniec, liczby Całkowite z łamanemi przyjdzie razem dodawać, tedy znieś osobno liczby Całkowite, toż liczby łamane, tak dodając Złotych $3\frac{2}{3}$, y Złotych $9\frac{1}{3} = 12\frac{2}{3} = 13$.

PROPOZYCYA IX.

Liczby Łamane odciągac.

Kiedy Frakcye dane mają jednego Denominatora, odciągnij Licznika mniejszego, od większego, a pod resztą położywszy Denominatora onychże. Subtrakcyą zakończyż. *Naprzykład* $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$. Tak od $\frac{2}{3}$ jednego Złotego, to jest od groszy 20, odciągnąwszy $\frac{1}{6}$, to jest groszy 15, zostaje mi się $\frac{1}{6}$, to jest groszy 5, albowiem $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

Kiedy Frakcye dane do odciagnienia, odmiennych Denominatorow mają, redukuy ie wprzod do jednego Denominatora, toż sposobem wzwyż wyrażonym mniejszą od większey odciągnij.

Kiedy nakoniec, dana będzie Frakcya do odciagnienia iey od liczby całkowitey, redukuy wprzod liczbę całkowitą na Frakcyą, ktoraby z daną Frakcyą jednego Denominatora miała, *przez Prop: III*, a potym czyn, iako się wyżej powiedziało.

działo. Chcąc *naprzykład* odciągnąć $\frac{2}{3}$ od 4, zmultiplikowawszy 4 przez 3 Denominatora danej Frakcyi, mam Frakcyę z tymże samym Denominatorem $\frac{12}{3}$, od ktorey odciągnąwszy $\frac{2}{3}$, zostaje mi się $\frac{10}{3}$, to jest: $\frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$, przez Prop V. Podobnymże sposobem chcąc odciągnąć $2\frac{1}{4}$ od $5\frac{1}{2}$, to jest: $\frac{5}{2}$ od $\frac{11}{2}$, redukuy te dwie Frakcyę do iednego Denominatora, przez Propozycyę III, a będzieś mi $1\frac{1}{2}$ y $\frac{22}{4}$, a zatyż $\frac{22}{4} - \frac{2}{4} = \frac{20}{4} = 5\frac{1}{2}$ przez Propozycyę V.

Przeſtrogą. Pomaieć mocno proſzę, że do zbierania, y odciągania liczb łamanych potrzeba zawſze, aby te iednego Denominatora miały.

PROPOZYCYA X.

Liczb Łamane multiplykować.

Jeżeli multiplykować przyidzie Frakcyę przez Frakcyę, zmultiplikowawszy oſobno Licznikow, y oſobno Mianownikow między ſobą. Multiplykacyę zakończyſz. Tak multiplykuiąc $\frac{2}{3}$ przez $\frac{3}{4}$ rozmnożywszy oſobno między ſobą, y Numeratory $2 \times 3 = 6$, y Denominatory $3 \times 4 = 12$, wyuika ci produkt $\frac{6}{12}$, tak $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$.

Jeżeli

Ieżeli zaś mnożyć potrzeba będzie liczbę całkowitą przez Frakcyę, lub Frakcyę przez liczbę całkowitą, w tenczas liczbę całkowitę podłoż za Denominatora 1, przez *Propozycyę* VI. Toż czyni sposobem poprzedzającym, moltiplikując *naprzód* $\frac{2}{7}$ przez 7, naprzód pod 7 liczbą całkowitą, podłoż za Denominatora 1, będzie miał zatem $\frac{2}{7} \times 7 = \frac{14}{7} = 2$.

Ieżeli nakoniec jedna z liczb samanych do rozmnożenia danych, będzie miała przyłączoną liczbę całkowitą, tedy redukuy wprzód liczbę całkowitą do Denominatora, Frakcyi przyległej, przez *Pro.* VI. Tak gdy chcę moltiplikować $2\frac{2}{3}$ przez 6, redukuję naprzód 2 do Denominatora Frakcyi przyległej $\frac{2}{3}$, stając się $\frac{14}{3}$, a pod 6 położywszy za Denominatora 1, mam $\frac{14}{3} \times 6 = \frac{84}{3} = 28$. Toż czyni, kiedy obydwom Frakcyom do mnożenia danyin przyległe będą liczby całkowite.

Pokażmy to w Przykładzie. Kupię Sukna $15\frac{2}{3}$ łokci pietnastcie, y ćwierci trzy, łokieć po $7\frac{2}{3}$ po Złotych siedm y groszy 20, pytam, wiele powinienem zapłacić?

Redukuję naprzód liczby całkowite do przyległych im Frakcyi, to jest $15\frac{2}{3} = \frac{47}{3}$, $7\frac{2}{3} = \frac{23}{3}$. Toż zmoltiplikowawszy między sobą te Frakcye $\frac{47}{3} \times \frac{23}{3} = \frac{1081}{9} = 120\frac{1}{3}$,

to

to jest: za 15 łokci Sukna, y ćwierci 3.
płacąc łokieć po 7 Zł: y po gro: 20, dam
Zł: 120, y trzy ze czterech części jednego
Złotego, to jest groszy blisko 22.

*Demonstracya, czyli dowodnè okazanie Re-
gul podanych na Multyplikacyą liczb łama-
nych.*

Multyplikować Frakcyą A. przez Fra-
kcyą B, nic innego nie jest, tylko wyna-
leść za Produkt Frakcyą C, któraby się
tyle razy mieściła w Frakcyi mnożney B.
ile razy Frakcyą A. za Multyplikatora da-
na mieści się w jednym *in unitate*. A że
w tym razie, iako Frakcyą C. dwa razy
mieści się w Frakcyi B, tak Frakcyą A.
dwa razy mieści się w jednym *in unitate*.
zaczym Frakcyą C, jest produkt Frakcyi
B. zmultyplikowanej przez Frakcyą A.

A. B. C.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

Ztąd każdy, przyczyny doysć może
dla czego z multyplikacyi liczb łamanych
A. y B. Produkt C. wynikający, mniejszy
jest, od Frakcyi, które między sobą mno-
żą, bo że jedno i tak się ma do Frakcyi A.
iako się ma Frakcyą B. do Frakcyi C. przez
Prop: V. Rozdziału I. o Multyplikacyi, a ie-
dno i więktsze jest nad Frakcyą A, tedy y
Frakcyą B. więktsza bydz powinna nad
Frakcyą

Frakcyą C; a zatym, y Produkt przez Frakcyą C. wyrażony powinien być mniejszy.

Przeſtrogą I. *Muſtyplikacya liczb łama-nych pięknie takżę odprawia ſię przez Dywizyą, to ieſt dzieląc na Krzyż Mianownika Frakcyi iedncy przez Licznika Frakcyi dru-giey, y wzaiemnie (byłe tylko bez reſty dzielić ſię mogły.)* Tak chcąc muſtyplikować naſtępujące dwie Frakcyę $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10}$, podziel 9 przez 3, a 10, przez 2, maſz Produkt danych Frakcyi $\frac{2}{5}$. Wſzakże te dwie Frakcyę, po-danym wſzwyż ſpoſobem zmulytylikowaſzy, tenżę ſam Produkt wypadnie. Bo $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{18}{30} = \frac{2}{5}$ przez Prop: II.

Przeſtrogą II. *Ieżeli przez liczbę Całkowitą z przyległą Frakcyą, będzie dana do mnożenia liczba Całkowita taka, którą Mianownik przyległej Frakcyi ſpełnia podzielić może, w tenżas biegli Rachmiſtze na-przód liczbę Całkowitą do przyległej Fra-kcyi redukuia, a przez Mianownika, podzie-liwſzy liczbę Całkowitą daną do mnożenia, przez wypadający Wieloraz, muſtyplikuią całego Numeratora, y mają Produkt liczb danych.* Tak $38 \times \frac{2}{3}$ muſtyplikuiąc przez 18. redukuie naprzód 38 do przyległej Fra-kcyi $\frac{2}{3}$, y mam $11\frac{2}{3}$ a przez Mianownika 3 po-dzieliwſzy liczbę daną 18, mam Wieloraz 6 przez który zmulytylikowaſzy Numeratora 116, mam produkt zupełny liczb danych 696; $38 \times \frac{2}{3} \times 18 = 696$. Doſwiadczyſz tego, mul-typli-

typlikując też same dane liczby ordynaryjnym sposobem.

Prześroga III. Jeżeli zaś przez liczbę całkowitą przyjdzie mnożyć Frakcyą np. $32000 \times \frac{1}{5}$, tedy podzieliwszy wprzód 32000 przez 5. Wieloraz 6400 mnożony potem przez 6.

PROPOZYCYA XI.

Liczby Łamane dzielić.

Gdy terminy Frakcyi za Dzielnika danej, spełnia dzielą terminy Frakcyi podzielnej, w ten czas nowy Licznik, y Mianownik, które z tej Dywizyi wynikną, będą Wielorazem danej Frakcyi. Tak dzieląc Frakcyą $\frac{4}{3}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwszy 4 przez 2, a 3 przez 3 maż Frakcyą nową $\frac{2}{1}$, która jest Wielorazem danych Frakcyi. Podobnie, gdy Mianownik u obojey Frakcyi będzie jednakowy podzieli Licznika, przez Licznika, a Mianownika zmażawszy. maż Wieloraz potrzebny. Tak dzieląc $\frac{6}{3}$ przez $\frac{2}{3}$, podzieliwszy 6 przez 2, wypadnie ci Wieloraz 3.

Gdy zaś terminy Frakcyi za Dzielnika wziętey, nie dzielą spełnia terminow Frakcyi podzielnej, w ten czas Frakcyą, która jest Dzielnikiem obroć wśpak, to jest kładąc Numeratora na miejscu Denominatora,

tora, a Denominatora na mieyscu Numeratora, potym, y Numeratory, y Denominatory tak położone zmultiplikowawszy osobno między sobą, Produkt ztąd wypadający będzie Wielorazem Frakcyi danej. Tak chcąc podzielić $\frac{2}{3}$ pzez $\frac{1}{2}$, obracamy wspak Frakcyę za Dzielnika daną, y mam $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1}$ ktore zmultiplikowawszy, mam Wieloraz $\frac{4}{3}$, to jest: $\frac{4}{3}$ podzielone przez $\frac{1}{2}$ jest $\frac{4}{3} \div \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{3}$.

Przyczyna, dla ktorey w tym razie Frakcyja za Dzielnika dana wspak się obraca, jest ta, iż dane Frakcyje potrzeba być wprzód do iednego Mianownika zredukować, a dopiero Licznika iednego przez drugiego podzielić. Co wszystko przez skroćenie dzieje się, kiedy Frakcyę za Dzielnika daną wspak obrociemy.

Ile razy przyidzie dzielić Frakcyę przez liczbę Całkowitą, dosyć będzie zmultiplikować Denominatora danej Frakcyi przez daną liczbę Całkowitą. Tym podobem chcąc podzielić $\frac{1}{3}$ przez 2, zmultiplikowawszy 3×2 , mam Wieloraz $\frac{2}{3}$. Podobnież $\frac{1}{5}$ dzieląc przez 5 wypadnie $\frac{1}{5}$. Dzieje się to przez skroćenie Operacyi. Gdyż w tym razie potrzeba było naprzód podłożyć 1 za Denominatora liczbie Całkowitey, toż Frakcyę owę wspak obrocić.

Kiedy

Kiedy Dzielnik, lub liczba Podzielna, lub obydwie razem, składają się z liczb sam. nych, y całkowitych, w ten czas potrzeba wprzód, liczby całkowite do przyłączonych Frakcyi redukować, a dopiero czynić Dywizyą według nauk wyżej podanych. Tak mając dzielić $24\frac{1}{2}$ przez $\frac{2}{3}$, zredukowawszy liczby całkowite do przyległej Frakcyi, mam $12\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = 36\frac{3}{2} = 36\frac{1}{2}$ przez *Propo: VI.* Podobnie chcąc podzielić $15\frac{1}{2}$ przez $12\frac{1}{2}$ mam $4\frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = 9\frac{2}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Demonstracya Podzielić Frakcyą A przez Frakcyą B, jest wynaleść Wieloraz C, do którego i tę powinno mieć proporcycyą, iaką ma proporcycyą Dzielnik B, do liczby podzielney A, *podług Reguły Dywizyi w Proporcyci VI. Rozdziale I.* Lecz że w tym razie, i tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Frakcyą dzielącą B, do Frakcyi podzielney A, jedno albowiem tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Denominator teyże Frakcyi 3, do swego Numeratora przez *Axioma III.* A Frakcyą B, do Frakcyi A, tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż zredukowawszy te dwie Frakcyje A y B do jednego Denominatora, przez *Propo: III.* masz Frakcyje M. y N, Frakcyoin A. y B ze wzytkim równe, te zaś dla jednako-

G

wego

wego Denominatora, tę mają do siebie proporcya, iak 3 do 4. a zatym i tak się ma do Frakcyi C, iak się ma B, do A, przeto Frakcyja C, iest Wieloraz Frakcyi A y B, do podzielenia danych.

B. A. C.

$\frac{1}{2}$ od $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

M. N.

$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

I. $\frac{4}{5} :: 3.4$

Z poprzedzającej Demonitracyi doydzieł łatwo przyczyny, dla ktorey przy Dywizyi liczb śamanych, Wieloraz wypada więkzzy, nad liczbę do podzielenia daną, co się w tenczas przytrafia, kiedy Frakcyja dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ Dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do Wieloraza; zamieniwszy tę Proporcya, Dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do Wieloraza. A że Dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zaczym, y liczba podzielna, od Wieloraza mnieysza bydz powinna.

Przeostroga. Gdy przez liczbę całkowitą, przyidzie dzielić daną liczbę całkowitą z przyłączoną Frakcyą naprzykład $634 \frac{2}{3}$ przez 5, biegli Rachmistrze dzielą naprzod liczbę całkowitą przez liczbę całkowitą, bez względu na przyległą Frakcyą, to iest 634 przez

przez 5, ażeby znaleźli Wieloraz 126.
Resztę jeżeli iaka od tej Dywizji pozostała,
idzie tu są 4, redukują do przyległej Fra-
kcyi $\frac{2}{5}$, y mają $4X^2 = \frac{1}{5}$. Te Frakcyę dzielą
przez 5 sposobem w trzecim punkcie tej
Propozycji wyrażonym, y mają Wieloraz $\frac{1}{5}$,
który do Wieloraza liczb całkowitych przez
znak Addycyi + przydawszy, mają liczby
do podzielenia danej, cały Wieloraz ten
 $126 + \frac{1}{5}$

ROZDZIAŁ III.

O wyciąganiu Scian z liczb da-
nych, co się u Łacinników zowie
Extractio Radicum.

Kiedy się liczba iaka przez siebie samę
multiplikuje, *naprzykład* $2X2$, Pro-
dukt 4, zowie się Kwadrat, czyli Czwor-
gran, a liczba 2, z ktorey multiplikacyi
kwadrat ten wynika, zowie się Sciana kwa-
dratowa, *Radix Quadrati*, y znak iey jest
ten, $\sqrt{\quad}$ albo $\sqrt{\quad}^2$. Jeżeli zaś kwadrat ow-
przez też samę Scianę swoją znowu mul-
typlikuje się, *naprzykład* $4X2$, produkt 8
z tąd wynikający, zowie się Cubus. Sze-
ściogran, czyli kostka, wzdłuż, w sierz-
y wgłąb, równo-boczna, a liczba, przez

G2

ktorą

którą kwadrat iey własny zmultiplikowa-
wizy. mam sześciogran, zowie się Sciana
Sz ściogran, *Radix Cubica*; y znak iey
jest ten $\sqrt[3]{}$.

A jeżeli tenże sześciogran 8 przez też
sąmą ścianę swoją, to jest przez 2 zmul-
typlikowany będzie. 8×2 wypadnie inny
produkt 16, a ten znowu zmultiplikowa-
wizy przez 2, 16×2 , masz dalizy produkt
32, a y te 32 zmultiplikowawszy znowu
przez pierwiż ścianę 2, 32×2 nastąpi inny
nowy produkt 64.

Te wszystkie produkta, zaczawszy od
wziętey na początku ściany, to jest: 2, 4,
8, 16, 32, 64 &c. pośpolicie u Wieku te-
raznieyzego Matematyków nazywają się
liczbo godności, czyli stopnie *Dignitates*
seu *poteſtates* to jest 2, czyli ściana, zowie
się stopień pierwszy, *Dignitas, vel poteſtas*
prima. 4 stopień drugi, *Dignitas, vel poteſtas*
ſecunda, 8 stopień trzeci, *Dignitas, vel*
poteſtas tertia, 16 stopień czwarty *poteſtas*
quarta, 32 stopień piąty, *poteſtas quinta*,
64 stopień szósty, *poteſtas ſexta* &c. Da-
wnieyſi zaś Matematycy, biorąc propor-
cyą od figur Geometrycznych, stopień
pierwszy nazywali *Latus*, to jest Sciana,
stopień drugi, *Quadratum*, stopień trzeci,
Cubus, stopień czwarty, *Quadrato quadra-*
tum, stopień piąty, *Quadrato Cubus* szósty
Cubo Cubus. Wie-

Wiedzieć nad to potrzeba, że co się do-
tąd mówiło o liczbie 2, toż samo rozu-
mieć się ma o każdej innej. Każda bo-
wiem liczba obrana bydź może za ścianę
pro Radice produktów wżyskich, które
przez ciagnioną multiplikacją z niey wy-
padaią, iako to 3, 4, 5, 6, y tak daley,
z których podobnymże sposobem, iak ze
dwoch, godności, albo stopnie liczb, *Pote-
states*, porobione bydź mogą.

Ściany zaś owe obrane, względem sa-
mych siebie, są y pierwszym sobie sto-
pniem, iakośmy wyżej namienili, y ścia-
nami pierwszego stopnia, *prima Dignitatis*,
vel potestatis mogą się nazywać. Wzięte
względem kwadratu, zowią się ściany dru-
giego stopnia, *Radices secunda*, *scu secunda
potestatis*; aut *Dignitatis* y znak ich iest $\sqrt{}$,
albo $\sqrt[2]{}$. Wzięte względem kostki, zowią
się ściany trzeciego stopnia, *Radices ter-
tia Dignitatis*, *scu potestatis tertia*, a znak
ich iest $\sqrt[3]{}$. Podobnym sposobem, wzię-
te względem coraz wyższych stopniow,
nazywaią się ściany czwartego, piątego,
zostego stopnia. *Radices, quarta, quinta,
sexta potestatis*, których znaki są te $\sqrt[4]{}$,
 $\sqrt[5]{}$, $\sqrt[6]{}$ &c.

Wyciągnąć tedy z liczby daney ścianę,
nic innego nie iest, tylko wynaleść liczbę
taką, która przez siebie samę rozmnożo-
na,

na, liczbę zadaną czyni, albo czworgranną, jeżeli się raz przez siebie samę multiplikuje, albo sześciograną, jeżeli się przez siebie samę multiplikuje dwa razy, albo dalszego iakowego stopnia, kilka razy przez siebie zmutyplikowana.

Jeżeli liczba zadana, do wyciągnięcia z niej ściany kwadratowej, niewynosi więcej nad 100, a sześciogranney, niewynosi więcej nad 1000, ścianę iey czworgranną, lub sześciograną w następującej Tabliczce łatwo znaleźć można, gdy by zaś liczba zadana, nie była prawdziwy kwadrat, ni sześciogran, tedy brać się powinna ściana liczby najbliższej przychylającej się do liczby zadanej. Tak *na przykład* chcąc dojść z następującej Tabliczki, iaka jest ściana kwadratowa dwudziestu pięciu, szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tamże zadana liczba 25, specyfikuje się, y znajduję ją punktualnie w piątym rzędzie, y 5 w tymże samym rzędzie w pierwszej kolumnie położone; które to 5 są ścianą kwadratową 25, bo 5×5 , czynią 25. Chcę wiedzieć *powtore* iaka jest ściana sześciogranna siedmiudzięciąt? Szukam w trzeciej kolumnie sześciogranow, jeżeli tamże liczba 70 mieści się, ktorey że nieznayduję, biorę przeto liczbę najbliższą przy-

chy-

chylałą się do niej, to jest 64; y mam
ścianę iey sześciograną 4. Bo $4 \times 4 = 16$.
znowu $16 \times 4 = 64$. Liczba zaś 70 rzetel-
ney Ściany swojej nie ma, *Radice m ratio-*
nalem, albo raczy nie ma Ściany tako-
wey, ktoraby się liczbą wyrazić mogła.
Zaczym ścianą liczby, naybliżej do 70
przychylałą się, potrzeba się konten-
tować.

Tablica Czworgranow, y Sześciogra-
now, aż do 10.

Ściany	Czworgranie	Sześciogranie
1.	1.	1.
2	4	8
3.	9.	27
4	16	64
5.	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

PROPOZYCYA I.

Z Liczby danej Sciare Kwadrato- wą wyciągnąć.

Naprzód Liczbę daną zaczynając od prawey ręki, podziel punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley zawsze ięcną figurę przekalkując, następującą znacz punktem, tym sposobem liczbę daną podzielisz na części, z których każda będzie miała w sobie, dwie figury, procz pierwszey części od lewey w ktorey często, jedna tylko figura mieścić się będzie. Ile zaś będzie części w liczbie tym sposobem podzieloney; tyle powinno być numerow w ścianie wynalezioney.

Powtore. Wziąwszy pierwszą część od lewey strony liczby danej, szukay iey na Tabliczce czworograniow, którą iężeli tamże znaydziesz, bierz przypadającą iey ścianę, a iężeli nie; tedy weś ścianę kwadratu naybliżey do tey liczby przychylającego się, y napisz ją na mieyacu osobnym za pierwszą część ściany generalney.

Potrzenie

Potrzenie. Ścianę tę znalezionej multyplikuy przez siebie samę, a czworgran z tey multyplikacyi wypadający, odciągnij od pierwszej części liczby danej. Do reszty jeżeli się i-ka została, złoż drugą następującą część, dwie figur zawierającą z liczby danej; potym ścianę wynalezioną podwoiwszy, napisz ją za Dzielnika, tey drugiey części.

Poczwarte. Uważ ile razy Dzielnik z ściany podwoionej zrobiony brać się może w tey drugiey części, nie tykając atoli ostatniey iej figury punktem naznaczoney, a Wieloraz wypadający napisz zaraz, y za drugą część Ściany generalney, y na końcu Dzielnika.

Popiate. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część Ściany, multyplikuy całego Dzielnika, niepomijając nawet ostatniey dopiero także przydanej liczby, a produkt odciągnij od całej drugiey części. wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozost. tey złoż następującą trzecią część liczby danej, także we dwóch figurach zawartą, którą znowu, nie tykając ostatniey figury punktem naznaczoney, przez całą Ścianę podwoioną dywiduy, a Wieloraz tak za trzecią część Ściany, iako, y na końcu nowego Dzielnika napisz, toż przez tę trzecią część

część Sciany, Dzielnika całego wraz z przydaną liczbą zmultiplikowawizy, produkt odciągnij od całej trzeciej części liczby danej sposobem wyżej wyrażonym. A złożywszy następującą czwartą część liczby danej do pozostałej reszty, czyni we wszystkich tak, iako się o drugiej, y trzeciej części powiedziało, aż dojdzie do ostatniej części, z ktorej jeżeli się po ostatnim odciągnięciu nic nie zostaje, znak jest, że liczba dana prawdziwy jest Czworgran, jeżeli się zaś zostaje, znać że liczba dana Kwadratowa nie jest, ani może mieć rzetelney Sciany swoiey, *Radicem rationalem*, to jest znać że nie może mieć takiej Sciany, ktoraby się liczbą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś liczba, jest Scianą Kwadratu, naybliżey do danej liczby przychylającego się.

Jeżeli Sciana podwojona, w części odciętej od liczby danej, y do reszty przyłożonej brać się nie może, tedy równie iak w Dywizyi, do Sciany dodaje się cyfra, a znowu następująca część z liczby danej składa się, kiedy to być może &c. Także Sciana przez Dywizyą wynaleziona pomniejsza się iednym, *hoc est unitate*, gdy Produkt z multiplikacyi Sciany przez Dzielnika, y przydaną liczbę wypadający, będzie większy nad liczbę, od ktorej ma być

bydź odciągniony, co prozę dobrze po-
mnieć. Lecz ukażmy już w przykładzie
podanych Reguł praktykę. Niechay tedy
będzie dana liczba 186624, z ktorey Scia-
nę Kwadratową, następującym sposobem
wyciągam.

<i>Liczba dana</i>		<i>Sciana</i>
186624		432

<i>Dzielnik</i>	16	
drugiej części.		
83	- 266	

<i>Dzielnik</i>	249	
trzeciej części.		
862	- 1724	

		1724

Powiedziało się już wyżej, że z liczby
danej Scianę Kwadratową wyciągnąć, nic
innego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę,
z ktorey przez siebie samę zmultipliko-
waney, Produkt wyniść powinien równy
liczbie danej, żeby tedy w liczbie zada-
ney Scianę takową znaleźć. *Naprzód* da-
ną liczbę 186624, wzwyż wyrażonym
dzieląc sposobem, kładę pierwszy punkt
pod 4, od prawey ręki, drugi pod 6,
trzeci pod 8, a że tym sposobem liczbę
daną.

daną, na trzy podzieliłem części, dorozumiewam się, że y w Scianie z niey wyciągnionej, trzy figury zamykać się powinny. *Ponwore.* Biorę 18 pierwszą część liczby daney, ktorey, że w Tablicy Czworgraniow niezmiyduię, biorę 16 naybliżey przychylające się do 18, a przy nich położoną Scianę 4, piszę za pierwszą część Scianny generalney. *Potrzenie.* Z tych 4 pierwszey części Scianny generalney robię Kwadrat, to jest $4 \times 4 = 16$, a Produkt 16 odciągamy od 18, pierwszey części liczby daney. *Poczwarcie.* Do 2, ktore się przy tym odciągnięciu zostają, składam następującą drugą część liczby daney, to jest 66, y mam 266, toż podwoiwszy wynalezioną Scianę 4, to jest $2 \times 4 = 8$, kładę ją za Dzielniką tey drugiey części, y uważam, ile razy 8 mieści się w 26, (nie tykam ostatnich 6, punktem naznaczonych) a Wieloraz 3, kładę y za drugą część Scianny, y przydaię go oraz na końcu Dzielnika 8. *Popięte.* Przez tę część Scianny dopiero wynalezioną, to jest przez 3, multiplikuję całego z przydatkiem Dzielnika 83, a Produkt z tey multiplikacyi wynikający 249, odciągamy od całej drugiey części liczby daney, to jest od 266. *Poszte.* Do 17 od tego odciągnięcia pozosta-

stałych, składam następującą ostatnią część liczby daney 24, y mam 1724, a po woiwszy całą wynalezioną Scianę 43×2 , produkt 86, piszę za Dzielnika tey trzeciej części y uważam ile razy 86, brać mogę w 172, (bo y tu 4 punktem naznaczonych nic nie tykam) a Wieloraz 2, piszę on z y za trzecią część Scianny, y za ostatnią figurę Dzielnika. Toż przez te 2 ostatnią część Wieloraza, zmnożywszy całego Dzielnika 862, Produkt ztąd wypadający 1724, odciągając od ostatniej części liczby daney, po którym odciągnięciu że się nic nie zostaje, znak jest, że liczba dana prawdziwie jest Kwadratowa, y Sianę tey rzetelną są: 43^2 , którą to Sianę na dowód tego przez siebie samę zmnożywszy, to jest 432×432 , za Produkt koniecznie wypaść ci powinna liczba, daney liczbie 186624 ze wszystkim równa; Inaczey znaczyłby omyłki w wyciąganiu Scianny popełnionej.



— 83) (110) (83 —

Przykład 2gi. Woytki Dywizyę z 10404
ludzi składającą się, w niebepie. zeńitwie
chcąc w Kwadrat ulżykow..ć. pytam ile
na każ ly bok mu ich stanąć, y wiele bę
dzie wżysłtkich Szeregów?

Liczba dana	Sciara
10404	102
...	
1	
202	— 0404
	..
	404

W tym Przykładzie, że z Dzielnika
z pierwfzey Sciary podwoionej, niemogę
brać w drugiej części liczby daney gdym
ją złożył, która tu jest Cyfra, z tey przy-
czyny za drugą część Sciary pitzę 0, a do
tey drugiej części złożywłszy trzecią część
liczby daney, mam 404, które przez
Sciara podwoioną 20, podanym sposobem
podzieliwłszy, mam całą Sciara liczbę
daney 102, która Sciara wyraża ile w ka-
żdym Szeregu Ludzi stanąć powinno, y
oraz pokazuje mi, że tyleż wżysłtkich sze-
regów będzie.

Przy-

Przykład 3ci. Wyciągam Sianę Kwadratową z danej następującej liczby.

Liczba dana	Sciama
6012304	2452
.....	
4	
44	201
	176
485	- 2523
	2425
4902	-- 9804
	9804

W tym przykładzie, przy Dywizyi drugiej części, 4 w 20, mogę brać pięć razy; lecz że Produkt z moltiplikacyi całego Dzielnika, przez Sianę s wypadający, większy jest nad drugą część liczby danej 201, od ktorey mam odciągać, z tey przyczyny Wieloraz zmniejszam jedynym unitate, y za drugą figurę Sciama kładę tylko 4, iako się w ostatnim Punkcie przed Przykładem pierwszym powiedziało.

Przy-

Przykład czwarty.

<i>Liczbą dana</i>	<i>Sciann</i>
12502	1118 ¹⁸⁶ ₁₁₁
21	
-25	
21	
221	
-402	
221	
181.	

Przeſtroga I. Jeżeli liczba dana nie ieſt Kwadratowa, tedy reſta od oſtatniego odciągnięcia pozoſtała, iaka ieſt w poprzedzającym czwartym Przykładzie 181, idzie na liczbę łamaną, w której reſta pozoſtała, kładzie ſię za Licznika, a za Mianownika. Sciana wynaleziona wzięta dwa razy. Ale kiedy reſta pozoſtała będzie więkſza nad Scianę wynalezioną, w tenże ſć Scianie podwoionej mianowcey bydź Mianownikiem, dodaje ſię ieſzcze iedno, unitas. Tak w poprzedzającym Przykładzie, że reſta 181, więkſza ieſt nad Scianę znalezioną 111, zaczym podwoiemy też Scianę 111X2, do produktu 222 dodaje ſię ieſzcze 1, a zatym Frakcyę Scianie wynalezionej przyległa po-

winna być ta $\frac{181}{24}$; a to dla tego, że Kwadrat większy, mniejszego, po którym zaraz następuje, przewyższa Siano podwojoną tegoż mniejszego Kwadratu, przydawszy 1. Tak na przykład 15 od 9, to jest Kwadrat większy o 6 mniejszego najbliższego różni się, tą przewyższką $3 + 3 + 1 = 7$, czyli iako się rzekło Siano Kwadratu mniejszego podwojoną z dodatkiem 1e lugo, albo unitatis.

Prześtroga II. Żadna liczba nie będzie Kwadratowa, w ktorej ostatnia figura po prawey stronie będzie 2, lub 3, lub 7, lub 8, albo Cyfra iedna, ale potrzeba koniecznie, ażeby była iedna z następujących 1, 4, 5, 6, 9, 00, z których składają się liczby proste Kwadratowe.

Prześtroga III. Wyciąganie Siany Kwadratowej nic innego nie jest, tylko rodzaj iakiś Dywizyi, z tą tylko różnicą, że w Dywizyi popolitey Dzielnikiem jest liczba dana, tu zaś Dzielnika szukać potrzeba, a ięście na każdą część liczby danej innego, ktorego z Siano wynalezioney dohodzimy. Z tej przyczyny moltiplikując Siano przez siebie same, iako np. w ostatnim Przykładzie 111X111, a do Produktu 12321 przydawszy, tak iak w Dywizyi, resztę od ostatniego odciągnięcia z liczby danej pozostawia 181, Produkt generalny wypadu mi 12502, rowny zupełnie liczbie danej. T ten jest

szczegulny sposob na doświadczenie dobrze wyciągnięney Sciany, multiplikując Sciany, przez siebie same, y resztę, jeżeli się iaka została, do Produktu przyłączając.

PROPOZYCYA II.

Sciany Czworgronową wyciągnąć z Liczby nie Kwadratowej przez najbliższe przychylenie się do rzetelney iey Sciany per Approximationem.

Do wyciągnięciu Sciany Kwadratowej, jeżeli się co zостаie, znak jest że liczba dana nie jest prawdziwie Czworgronową, y Sciany rzetelney, ktoraby się liczbą całkowitą mogła wyrazić, nie ma. A lubo prawdziwy, y rzetelny w takię liczbę łósć Sciany, rzecz wcale jest niepodobna, można jednak przez zażycie Frakcyi dziesiętnowych, (októrych będzie niżej) do Sciany owej coraz bliżej a bliżej przychylić się, tak, że przewyżka, lub brak od rzetelney Sciany, bardzo nieznamy będzie. Co następującym, dzieie się sposobem.

Naprzód. Do liczby, która się powyciągnięciu Sciany generalney od ostatniego odciągnięcia zостаie, dodaj tyle par Cyfer, ile ci się podobać będzie, to jest oo, lub oooo, lub oooooo, lub więcej, a liczby pozostałey nietykając, dodane Cyfry podziel

dziel punktami na części, tak, iak się rzekło w poprzedzającej Propozycji, toż po dwoy wynalezioną już całą Scianę, y produkt położy za Dzielnika liczby składający się z liczb pozostałych. z pierwszą częścią cyfer dodanych. *Powtore.* Uwagaż y ile razy Dzielnik ow, w tey pierwszej części mieści się, nietykając y tu, ostatniey figury kropką naznaczoney, a Wielekoraż napisz y za następującą część Sciany, y za ostatnią figurę Dzielnika. Toż zmultiplikowawszy całego Dzielnika, przez tę ostatnią część Sciany, dopiero wynalezioną, produkt odciągnij od tey części reszty pozostałej z Cyframi, którąś dzielił. *Potrzebie.* Do reszty po tym odciągnięciu pozostałej, złoż następującą część liczby, z reszty, y z dodanych Cyfer złożoney; toż podwoiwszy całą Scianę, masz z niey Dzielnika nowego, przez ktorego złożoną część podzieliwszy, czyn daley tak, iako się w poprzedzającej Propozycji powiedziało.

Doszedłszy do końca Operacyi to co się po ostatnim odciągnięciu zostaje, zaniechać potrzeba; a od końca całej Sciany odciawszy tyle figur, ileś par Cyfer na początku był przydał, liczby potym odciągnięciu z lewey strony będące, są Scianą rzeczywistą liczby daney, która się w liczbach

Całkowitych wyrazić może, a liczby z prawey strony po odcięciu pozostałe, są przydatkiem do teyże Scianny. który tylko liczbą samą wyrazić można; którey to liczby samany Numeratorem będą liczby. od końca z prawey strony odcięte, a Denominatorem jedno 1, z przydaniem do siebie tylu Cyframi, ile par Cyfer, na początku do reszty dodanych było. Lecz ukażemy, to w przykładzie ostatnim z Propozycji poprzedzającej, w którym dana była liczba 12502, do wyciągnięcia z niey Scianny Kwadratowey.

	Liczba dana	Scianna
	12502	111 812
	I	<hr/> 1000
21	<hr/> - 25 21	
221	<hr/> - 402 221	
2228	<hr/> 18100,00,00 17824	
22361	<hr/> - 27600 22361	
223622	<hr/> 523900 447244 <hr/> - 76656	

Z tey

Z tey liczby po wyciągnięciu Scianny 111, zostało się od ostatecznego odciągnięcia 181. Do tey reszty dodać trzy pary Cyfer, y mam 181000000 a przez Produkt Scianny podwojony, to jest przez 222 dzieląc pierwszą część liczby danej, to jest 18100 mam Wieloraz 8, które kładę za czwartą część Scianny, y za ostatnią część Dzielnika, moltiplikuję potym przez ostatnią część Scianny całego Dzielnika, a produkt odciągnąwszy od liczby, którą dopiero dzieliłem, do reszty składam następującą drugą parę Cyfer, y dzielę ją znowu przez całą Sciannę podwojoną, y tak dalej. Aż na koniec skończywszy Operacyą, resztę po ostatnim odciągnięciu pozostałą, to jest 76656 zaniechawszy, od końca całej Scianny wynależionej 111812, odcinam trzy figury, dla tego, że do reszty od końca pierwszej Operacyi pozostałej, trzy pary Cyfer dodałem. Tym sposobem mam danej liczby Sciannę w liczbach Całkowitych 111, w liczbie łamaney $\frac{181}{111}$, wziąwszy za Denominatora liczbę od końca odciętej, jedno z trzema Cyframi, dla trzech par Cyfer przydanych, iako się wyżej powiedziało.

Przykład drugi. Chcąc wymiarkować obwód Kwadratowy placu, 12 łokci Kwadra-

83)(118)(83

dratowych w płaszczyźnie swoiey zamyka-
jącego, pytam ile łokci każdy bok mieć
powinien?

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline 9 & \end{array} \quad \begin{array}{r} 464 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 64 & 300,0000 \\ \hline & 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 686 & -4400 \\ \hline & 4116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6924 & -28400 \\ \hline & 27696 \end{array}$$

--704

W tym Przykładzie do 3 pozostałych przydawszy trzy pary Cyfer, y wyciągnąwszy z nich sposobem wyżej podanym Scianę Czworgranową, wypada mi nakoniec $38\frac{464}{1000}$ to jest: że daney płaszczyźnie wymierzywszy na każdy bok łokci trzy, y 464 części czwartej, łokcia na tyśiąc części podzielonego, co około pułłokcia czyni, będę miał caley płaszczyzny łokci Kwadratowych 12, lubo nie spełna, dla 704 po ostatnim odciągnięciu zarzuconych. Ztym wszystkim Sciana ta, daleko bliższą jest Scianie daney liczby 12, niżeli Sciana 3 po ordynaryjnym wyciągnięciu Sciany wynaleziona.

Prze-

Przeſtroga I. Ztąd pokazuje ſię, że im więcej par Cyfer do reſty na początku pozoſtatey przydaſz, tym bliżej wyciągnioną z nich Scianą, do Sciany liczby zadanej przychylać ſię będzieſz, acz nigdy Sciany prawdziwey niewynaydzieſz. Ale defekt y brak ow od Sciany rzetelney bardzo niezna-
czny będzie.

Przeſtroga II. Jeżeli liczbę, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągać. Frakcyą ieſt przyległą, Frakcyą do Denominatora 100 zredukowałeś, liczbę owę całkowitą do niey przyłączyć powinienem, potym zaś tak z Numeratora iako, y z Denominatora oſobno Scianę Kwadratową wyciągnąć, a to tym poſobem. Naprzykład chcąc wyciągnąć Scianę Kwadratową z $6\frac{1}{4}$. Naprzód liczbę Całkowitą 6, redukuje do Frakcyi przyległej $\frac{1}{4}$ przez Propozycyą VI. Rozd. II. y mam $\frac{24}{4}$; Toż tę oſtatnią Frakcyą redukując do Denominatora 100, przez Prop. VI. tegoż Rozdziału mam Frakcyą nową $\frac{625}{100}$. Nakoniec tak z Numeratora iako, y z Denominatora tej Frakcyi wyciągnąwszy oſobno Scianę Kwadratową, wychodzi mi $\frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$.

Przeſtroga III. A ieżeli Denominator Frakcyi liczbie całkowitey przyległej, będzie Czworgran doſkonały, w ten czas zredukowałeś liczbę Całkowitą do Frakcyi przyległej, można zaraz Scianę Kwadratową z Numeratora, y Denominatora owey Frakcyi wy-

wyciągnąć, nie redukując iey do nowego Denominatora 100. Tak w poprzedzającym Przykładzie $6 \frac{1}{4} = 2 \frac{1}{2}$ wyciągnąwszy o obno Sianę Kwadratową tak z Numeratora 25, iako y z Denominatora 4 mąż, $\frac{1}{2} = 2 \frac{1}{2}$, tak, iako y pierwey. Zkąd uczemy się sposobu na wyciąganie Sian Kwadratowych z sumy nawet liczb tamanych, w ktoroych numery za Licznika, y Mianownika położone, są Kwadratowe.

Przeſtroga VI. Gdy zaś Denominator Frakcyi, z ktorey Sianę Kwadratową mamy wyciągnąć, nie będzie Czworgrunowy, iako np. w daney Frakcyi $\frac{1}{7}$, tedy zmnożywszy Numeratora przez Denominatora 4X7, z Produktu 28 wyciąga się Siana Kwadratowa, ktorej wynalezioney, zaniechawszy reszty, kładzie się za Denominatora, tenże sam Denominator 7. Danej tedy frakcyi Siana Kwadratowa iest $\frac{1}{7}$. Dzieie się to przez skrócenie, gdyż na przód danej Frakcyi $\frac{1}{7}$ tak Numeratora iako, y Denominatora zmnożywszy przez 7, miałbyś inną Frakcyą $\frac{7}{49}$, pierwey we wszystkich rowny przez Axyoma III, Rozdz. II. Potym z tej Frakcyi $\frac{7}{49}$ wyciągnąwszy Sianę Kwadratową, miałbyś napisującą; też samę, ktora y przedtym wynaleziona była; ponieważ bowiem rownych Frakcyi rowne powinny być Siany, uczymy ktoregokolwiek sposobu zażywać, zawieſe $7^2 \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$.

Prze-

Przestroga V. *Frakcyja nie w Kwadrato-
wych terminach wyrażona może być zre-
dukowana na nie, przez Multiplikacyę, lub
Dyvizyę. Tak $\frac{1}{2}$ podzieliwszy przez 3,
maś $\frac{1}{6}$ przez Axyoma III, a Scianę z tej Fra-
kcyi wyciągnioną $\frac{2}{3}$. Podobnież $\frac{2}{3}$ multipli-
kując przez 2 maś $\frac{4}{3}$ przez toż Axyoma,
a Scianę z tej Frakcyi wyciągnioną $\frac{2}{3}$.*

PROPOZYCYA III.

*Z danej Liczby Scianę Sześciogran-
ną wyciągnąć. Radicem Cubicam.*

O Sześciogranie, czyli Koście, już wy-
żey mówiliśmy, że się staie z Kwa-
dratu przez Scianę swoię zmultiplikowa-
nego. Wyciągnąć tedy z liczby danej
Scianę Sześciogranową, iest wynaleść li-
czbę taką, którą przez siebie samę, y przez
Kwadrat ztąd wypadający zmultipliko-
wawszy, będziemy mieć Sześciogran, czyli
Kostkę, wizerz, wzdłuż, y wgłąb równo-
boczną.

Do wyciągnięcia Sciany Sześciograno-
wey, *naprzód daną liczbę podziel na czę-
ści, zaczynając od prawey ręki, tak żeby*
w ka-

w kaźdey części zamykały się trzy figury, procz. pierwfzey od lewey ręki, która czasem dwie, a czasem iedną tylko figurę w sobie mieć będzie. Tym iposobem podzieliwszy daną liczbę, ile w niey będzie części, tyle będzie figur w Scianie z caſey liczby wyciągnioney.

Powtore. Na Tabliczce Sześciogranow przed *Propo:* I. poſtożoney ſzukay Sciany Sześciogranney pierwfzey części liczby daney, ktorey ieżeli mieznaydzielisz, bierz Scianę Szesciogramu naybliżey do niey przychylającego się, y napiżz ją na osobnym mieyſcu, za pierwiżą część Sciany generalney.

Potrzenie. Z tej Sciany wynalezioney uczyni Sześciogran, y odciągnij go o pierwfzey części liczby daney.

Poczwarte. Do reſzty, ieżeli iaka po tym odciągnienu zoſtanie ſię, złoż ież do tylko naſtępującą figurę z drugiey części liczby daney, a z Sciany iuż wynalezioney zrobiwſzy Kwadrat. weźmij go, trzykroć, albo iak mowią tryplikuy go multiplikuiąc przez 3, Produkt ztąd wypadający będzie Dzielnikiem drugiey części, ktory uważay ile razy w niey mieſci ſię, a Wieloraz napiżz za drugą figurę Sciany.

Po-

Popiate. Z caſey wynalezioney iuż Sciany zrobiwſzy Sześciogran, odciągnij go razem od obu części iuż wziętych z liczby daney żadnego numeru, niepomijając.

Pososte. Do reſzty, ieżeli iaka potym odciągnięciu pozoſtanie, przyday znów iedną figurę z naſtępującej trzeciej części liczby daney, a z caſey wynalezioney iuż Sciany Kwadrat, zrobiony, y tryplikowany, czyli trzykroć wzięty, będzie znów nowym tej trzeciej części Dzielnikiem, który uważay, ile razy w niej brać ſię może, a Wieloraz to wſkazujący poſoż za trzecią część Sciany. Toż z caſey Sciany zrobiwſzy Sześciogran, odciągnij go znów od wſyſtkich razem trzech części liczby daney. Tym ſpoſobem do oſtatniej części doſzedſzy, nakoniec z caſey Sciany zrob Sześciogran, y odciągnij go od caſey liczby daney.

Ieżeli od oſtatniego odciągnięcia nic ſię niezoſtanie, znak ieſt że liczba dana Sześciograną ieſt zupełnie, y Sciana wynaleziona ieſt iey właſna; inaczey, liczba dana Sześciograną nie ieſt, y Sciana wynaleziona na ow czas nie ieſt Scianą liczby

daney,

daney, ale tylko naywiększego Sześciogranu w liczbie owey zawierającego się, która liczbą całkowitą wyrazić się może.

Przykład pierwszy. Szukam Sciany Sześciogranney w następującej daney liczbie.

Liczba dana		Sciana Sześciogranna.	
12,167:		23	
8		23	
12	41	69	
		46	
		529	Kwadrat z wynalezioney Sciany.
		23	
		1587	
		1058.	
12167		Sześciogran z wynalezioney Sciany, rowny we wszystkich Liczbie daney.	



82 X 125 X 83

Przykład drugi. Dana jest liczba 11390625, ktorey Sciany Sześciogranowej mam szukać?

Liczba dana Sciana Sześciogranowa.

	11,390,625	225.
Dzielnik drugiey części.	8	225
12	33	1125
	11390,	450
	10648	450
Dzielnik trzeciey części.		50625
1452	--7426	225
		253125
	11,390.625	101250
	11 390 625	101250
	-----	11390625
		Sześciogran z caley Sciany.

W tym Przykładzie podzieliwszy na-przód daną liczbę potęg nauki wzwyż podaney, mam w niey trzy części, y to mi jest znakiem, że Sciana Sześciogranowa wynaleziona, będzie się składać z trzech figur.

Powtore. Szukam na Tabliczce Sześciogranow Sciany 11, pierwszej części liczby daney, ktorey tamże nieznalazłszy, biorę z Scianę 8, Sześciogranu naybliżey do

do pierwszej części przychylającego się y kładę te 2, na osobnym mieyscu, za pierwszą figurę Sciany.

Potrzenie. Z tych 2, wynalezioney Sciany robię Sześciogran 8, y odcinam go od 11, pierwszej części liczby danej.

Poczwarte. Do reszty, które tu są 3 składam 3, iednę tylko następującą z drugiey części liczby danej figurę. tak mam 33. Też z wynalezioney już Sciany 2, zrobiwszy Kwadrat 4, tryplikuję go, to jest trzykroć biorę, y mam 12 te zaś dwanaście są Dzielnikiem trzydziestu trzech, drugiey części liczby danej które 12 że w 33, mieścić się dwa razy zaczym Wieloraz 2, piszę za drugą figurę Scianie Sześciogranney, ktorey szukam.

Popięte. Z 22, to jest z całej Sciany wynalezioney czynię na osobny kartce Sześciogran 10648, y odcinam go od całych dwóch pierwszych części, których Scianę już znalazłem.

Poszste. Do reszty 742, która się po tym odcinaniu została, składam z trzeciey y ostatniey części liczby danej następującą iedną figurę 6, y mam 7426, a z 22, to jest z całej Sciany wynalezioney Kwadrat zrobiwszy 484, y tryplikowawszy go, mam 1452, co jest Dzielnikiem trzeciey części liczby danej, to jest 7426, w kto-

w których że 1452, mieć za się pięć razy, zaczym Wieloraz 5 piłę za trzecią figurę Sciana wynalezioney. y mam całą Scianę liczby danej 225. Z ktorey Sciany zrobimy Sześciogran 11390625, odciągamy go od całej liczby danej; Po którym odciążeniu, że się nic niezoostaie. znać iest że liczba dana 11390625, iest prawzłwie Sześciogranną, a Sciana iey rzetelna iest 225.

Przeſtręga I. Sposob ten na wyciąganie Scian Sześciogronnych z liczb danych iest nayłatwieyſzy poſtany od Newtona w Arytmetyce J go Uniwersyalney y w trzech Regulach cały zanęka ſię. I. Do reſty ktora ſię zoſtaie po odciążeniu Sześciogranu od podzielonych już części liczby danej, iedna tylko z naſtępującey części liczby danej przydaie ſię figura. II. Tę reſtę wziętą wraz z przydaną na końcu iey liczbą, podzielimyſzy przez Kwadrat tryplikowany wynalezioney już Sciany, Wieloraz daie naſtępującą figurę Sciany, z drugiey części wyciągnioną, y tak daley. III. Z liczb Sciannych (ilekottwiek ich będzie) zrobiony Sześciogran, odciąga ſię od tylu pierwſzych części liczby danej, ile iest liczb, czyli figur w Scianie już znalezioney, ktore trzy Reguły w przytoczonych już Przykładach, doſyć widocznie zażyte były.

Prze-

Przeſtroga II. Jeżeli po wyciągnięciu Sciany Szęściogranney cokolwiek ſię zoſtaie, znak iſt, iako ſię rzekło, że liczba dana Szęściogranna nie iſt, y iey cała Sciana liczbą całkowitą wyrazić ſię nie może. Zaczem reſta pozostala wyrazić ſię powinna Frakcyą, ktorey Numeratorem będzie taż sama liczba pozostala, a Denominatorem Przewyſta zmniejszona iednym, Differen-tia imminuta unitate, która zachodzi mię-dzy Szęściogranem Sciany wynalezioney, y Szęściogranem większym naybliższym. Tak wyciągnąwszy Scianę Szęściograną z 46. nam Scianę 3. a reſta pozostala 19 będzie Licznikiem przylegiey Frakcyi, Denomina-torem zaś $37 - 1 = 36$. Cała tedy wynale-ziona Sciana będzie $7\frac{19}{36} = 3 + \frac{19}{36}$. Po-trzeba albowiem wiedzieć, że Szęściogran większy np. 64, przewyżſta Szęściogran nay-bliższy mnieyſzy od ſiebie 27, Scianą 3 Szęściogranu mnieyſzego tryplikowaną, y mul-typlikowaną przez Scianę Szęściogranu większego, z przydatkiem do Produktu iedne-go 1, to iſt $64 - 27 = 9 \times 4 + 1 = 37$.

Przeſtroga III. Jeżeli z liczby która nie iſt Szęściograną chceſ wyciągnąć Scianę, przez naybliżſze do prawdziwey iey Sciany przychylenie ſię, tak iako ſię w Propozy: II. tegoż Rozdziału o Scianie Kwadratorowej mo-wiło; do reſty od oſtatniego odciągnięcia pozostaley doday tyle, ile chceſ Cyfer po-
troy-

tr oynych, to iest 000, lub 000, 000, lub 000 000 000, y ciagniy z nich daley Sciany sposobem wyżej podanym. Potym zaniechawszy zostaiącą się po ostatnim odciażnieniu resztę; od Sciany wynalezioney odeżnuy z prawey riki tyle figur, ileś Cyfer potroynych przytał, y po tłoż im za Mianownikaiędno, 1, z tylu Cyframi, ile potroynych Cyfer przydanych było, a Frakcyą ztąd wynikającą przez znak Attycyi \times przyday do Sciany w liczbach całkowitych wyrażoney, tak wtaśnie, iako się w Propozycyi II mowito o wyciąganiu Scian Kwadratowych z liczb danych przez naybliźsze przychylene się do rzetelney, albo raczey wyrażney ich Sciany.

Przeżtroga IV. Z tym wśyśtkim tak Sześciogranne, iako też y inne wyższych stopniow Sciany daleko łatwiey przez Algebrę wynalezione bywaią, zwtaśzcza przez generalne Reguły od Newtona podane. Z tey przyczyny kto chce w Rachunkach tego rodzaju z gruntu się wydoskonalić, do taintych źrżodeł niech się uda.

Na doświadczenie Sciany Sześciogranney dobrze wyciągnioney, multiplykuy trzy razy przez siebie wynalezioną Scianę, a do Produktu dodawśzy resztę od ostatniego odciażnienia pozostałą, Summa rowna liczbie daney wynikrać ci powinna.

PROPOZYCYA IV.

Zamykająca w sobie kilka Zadaniow, którym zadosyć uczynić można przez wyciągnięcie Sciany Czworgrannej, lub Sześciogrannej.

ZADANIE I. Generał mający bitnych Żołnierzy 1369, chce ich do batalii w Kwadrat użykować, pytam ile ich w każdym szeregu postawi, tudzież wiele szeregów będzie?

Wyciągnawszy z danej liczby 1369 Scianę Kwadratową masz 37, to jest masz liczbę żołnierzy, ile ich w każdym szeregu stanie, y tyleż szeregów będzie.

ZADANIE II. Z Lip 625 chcąc Ogrod Kwadratowy zasadzić, pytam ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana Kwadratowa 25 z danej liczby 625 wyciągniona, wskazuje, ile na każdy rząd Lip wynidzie.

ZADANIE III. Jest Baszta wysoka na łokci 24 obwiedziona fossą szeroką na łokci 9, chcąc wystawić drabinę ktoraby do kopuły Baszty owej z dalszego brzegu dosięgła, pytam na wiele łokci długa być powinna?

Zrob

Zrob *naprzód* z wyłokości Bafzty łokci 24 Kwadrat \square 576, a drugi z obfzerności i foffi łokci 9 \square 81. *Powtore*. Te dwa Kwadraty dodawłzy z sobą 576+81, z Summy 657 wyciągnij Scianę Kwadratową, która ci pok że że drabina owa powinna bydź długa na łokci $25\frac{3}{4}$.

ZADANIE IV. Z danyh 3375 ciofanych Kwadratowych kamieni chcąc ftawić Sześciogranny poftument do Statuy, pytam ile na każdym boku wſzerz, wgłęb, y wzdłuż kamieni kłaść potrzeba będzie?

Wyciągnij Scianę Sześciograną z 3375, a będziesz miał 15, ile na każdy bok ciofanych Kwadratowych kamieni potrzeba.

ZADANIE V. Z Dyametru kuli żelazney, kamienney, lub ołowianej, wążacy funt ieden, doyść, iaki powinien bydź Dyameter kuli dwufuntowey, trzechfuntowey &c. z tegoż ſamego materyału?

Daymy że Dyameter kuli funtowey dzieli ſię na części 10. Zrob z tych 10 Sześciogran 1000, a zmnożyłkowawłzy go przez dwa, 1000×2 , z produktu 2000 wyciągnij Scianę Sześciograną, ta pokaże ci ile takowychże części Dyameter kuli dwuch funtowey zamykać w ſobie powinien. Toż czyn ſzukając Dyametru kuli trzech funtowey, czterech funtowey,

piąciu funtowey. Zmultyplikowawszy albowiem Sześciogran 1000, przez 3, 4, 5. Sciany Sześciograne z produktow wyciągnione, pokażą ci Dyameter na kulę od trzech, czterech, y pięciu funtow.

ZADANIE VI. Gdy straszna zaraza pułstoszyła Ateny, Obywatele tunczni pytali Apollina. iakimby sposobem to złe od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo, że w tenczas powietrze ustatnie, gdy Ateńcykowie Ołtarz iego, który był Sześciogranny we dwoie powiększą. Zład wżczęła się sławna kwestya o podwoieniu Sześciogranu.

Daymy że Sciana owego Sześciogranego Ołtarza miała w sobie stop Geometrycznych 12, zrob z tey Sciany Kwadrat 144, y multyplikuy go przez 24 Scianę podwoioną; a z produktu 3456 wyięta, Sciana Sześciogranna pokaże, że Ołtarza owego podwoionego, bok ieden powinien być mieć stop Geometrycznych $15\frac{8}{72} = 15\frac{2}{9}$.

Te, y tym podobne Przykłady pokazują iawnie, iak potrzebna iest wiadomość Reguł o wyciąganiu Scian podanych, których praktyka w caŃey Matematyce niekończenie iest użyteczna.

RO-

ROZDZIAŁ IV.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

Reguła wyższej Arytmetyki pospolicie li-
czą cztery. Pierwsza jest Reguła Pro-
porcyi *Regula Proportionum*. Druga Re-
guła Towarzystwa, czyli spółki, *Regula*
Societatis. Trzecia Reguła Wiązania, *Al-*
ligationis. Czwarta Reguła Domniema-
nia, czyli Fałszywego założenia, *Regula*
Positionis, vel Falsi. Pierwsza z wyrażo-
nych Reguł, jest nayprzednieysza, gdyż
na niej inne gruntują się. Zaczynam do zu-
pełnego iey zrozumienia za rzecz potrze-
bną oświadczyć, o liczbach porpcyonal-
nych, y własnościach ich nieco wprzod
pomówić.

Definicye, czyli Opisanie gruntowne.

I. Proporcya, *Ratio, sive proportio*, jest
to dwóch tegoż samego gatunku rzeczy
wzajemny iakiś między sobą wzgląd, y
porównanie co do ich wielkości. Tak 12
porównyując ze 4 widzę że liczba 12,
liczbę

liczbę 4, trzy razy w sobie zamyka, a zatem między 12, y 4 zachodzi proporcya trzykrotney wielkości, *tripli*, pierwszy termin zowią się poprzedzający *Antecedens*. Drugi następujący *Consequens*.

II. Dwie Proporcye, zowią się podobne, też same, albo równe, (co wszysko jedno znaczy) gdy pierwszej proporcji termin poprzedzający, tyleż razy mieści w sobie termin swoy następujący, ile razy termin poprzedzający drugiej proporcji, zamyka w sobie swoy termin następujący, y wzajemnie. gdy termin poprzedzający jednej proporcji tyle razy mieści się w swoim terminie następującym, ile razy w drugiej proporcji termin poprzedzający w następującym brać się może. Tak następujące dwie Proporcye 12. 4 :: 3. 1. są między sobą podobne, y też same; bo iako, 12 *Antecedens* pierwszej proporcji. *Consequens* swoy 4. tak 3 *Antecedens* drugiej proporcji, *Consequens* swoy 1, trzy razy zupełnie w sobie zamyka.

III. Cztery te terminy, czyli rzeczy. też same mające do siebie proporcją np. 12. 4 :: 3. 1. zowią się proporcjonalne, albo jednego względu; jeżeli zaś liczby we środku położone dwa razy się biorą: tak: że taż sama liczba bierze się raz iako *Consequens* liczby pierwszej, a drugi raz iako

iako *Antecedens* liczby następującej, tedy proporcya między niemi zachodząca zowie się proporcya ciągniona, *Proportio Continua*, iako na przykład $\div 2 \ 4 \ 8$, gdzie 4. biorę raz iako *Consequens* 2. drugi raz iako *Antecedens* 8, raz, iako 2, dwa razy w sobie zamykają, drugi raz, iako w 8 dwa razy wzajemnie mieszczą się.

LEMMATA (*) czyli Objaśnienia upewniaszące o niezawodnych własnościach Proporcji.

LEMMA I. Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcjonalne, y tegoż samego względu, tedy produkt z liczby pierwszej, y ostatniej, powinien być we wszystkich równy produktowi z liczby drugiej, y trzeciej.

Daymy cztery liczby proporcjonalne

$$5 : 20 :: 4 : 16.$$

$$\bullet \text{ Jako } 5 \times 16 = 80.$$

$$\text{Tak wzajemnie } 20 \times 4 = 80.$$

LEMMA II. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iako biorąc na wywrot, termin czwarty

(*) LEMMA jest to nauka poprzedzająca, czyli ostrzeżenie y ubezpieczenie o niezawodności prawd; przez które dalszych Reguł w jakiej Sciensyi podanych dowodzi potrzeba. Y dla tego u Latinik w Lemmatami nazywają się Propozycje, których ten jedyny cel jest, abyśmy przez nie innych Propozycji prawdy dowodzili.

czwarty do drugiego, tedy produkt terminu pierwszego z drugim, powinien być równy produktowi terminu trzeciego z czwartym. Dajmy cztery liczby następujące 6. 4. 3. 8. W tych danych liczbach, że między pierwszym terminem 6, y trzecim 3, też sama zachodzi proporcya, iaka między terminem czwartym 8, y drugim 4, będzie tedy $6. 3 :: 8. 4$. Przeto podług *Lemma I* $6 \times 4 = 3 \times 8 = 24$. A zatem Produkt z pierwszego y drugiego, będzie równy produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

LEMMA III. Jeżeli produkt przez jedną liczbę, z liczb między sobą zmnożonych, podzielony będzie, druga z nich za Wieloraz wypaść powinna, na przykład, jeżeli Produkt 24 wynikający z mnożenia 4X6, podzielony będzie przez 6, wypadną 4, jeżeli przez 4, wypadną 6.

PROPOZYCYA I. O Regule Proporcji. De Regula Proportionum.

Regula Proporcji, którą dla zachości, y niekończonego pożytku, złożył pospolicie nazywają; podaje sposób na doyscie z trzech liczb wiadomych czwartej liczby niewiadomey Proporcjonalney, mie-

między którą, y trzecią tąż sama zachodzić
powinna Proporcya; co między drugą, y
pierwszą. Y z tey przyczyny zowie się Re-
guła Proporcyi, czyli Reguła trzech, że
z trzech liczb wiadomych, czwartey nie-
wiadomey dochodzi. Należyte Reguły
Proporcyi odprawienie na dwóch następu-
jących gruntuie się fundamentach.

Naprzód. Trzy liczby dane, porząd-
kiem ułożone być powinny, tak ażeby
liczba mająca do siebie przyłączone za-
danie położona była na miejscu trzecim.
A owa, która z liczbą na miejscu trzecim
położoną iednego jest gatunku, na pier-
wszym miejscu znaydowała się. Tak np.
pytając się wiele dam za 12 łokci Sukna,
ktorego dwa łokcie kosztują Złotych 14.
Ponieważ liczba 12 ma do siebie przyłą-
czone zadanie, zaczynam pisać 12 łokci na
miejscu trzecim, a dwa które też samę
rzecz z 12, to jest łokcie znaczą, kładę na
miejscu pierwszym, 14 zaś na miejscu
drugim, tym sposobem?

2. 14 :: 12. --

Powtore. Tak ułożywszy terminy liczb
do rozwiązania ich przez Proporcya zada-
nych, multiplikuy termin drugi przez
trzeci, to jest 14×12 , a Produkt z tey
multiplikacyi wynikający 168, przez ter-
min pierwszy, to jest przez 2 podziel,

Wie-

83)(138)(83

Wieloraz który z tego podzielenia wypadnie, będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcjonalnym, y na zadanie twoje odpowie?

Łokci. Złotych Łokci. Złotych

2. 14 :: 12. 84.

14

28

14

Wieloraz

2. | 16,8 |
 | 16 |

84

-- 8

8

Przykład drugi. Krol Salomon przy budowaniu Kosciola Jerozolimskiego miał robotnikow 180000. Daymy że na dwóch robotnikow dawano codziē trzy Złote. pytam ile na wſzystkich codziē wydano?

Robotnicy Złote Robotnicy Złote
2. 3 :: 180000 270000

3.

2. | 5,4,0,0,0,0, | 270000.
 | 4 |

14

14

--

Przy-

Przykład trzeci. Budowanie tegoż Kościoła trwało lat siedm., a biorąc w Roku iednym tylko 250. dni roboczych trwało dni 1750. Jeżeli tedy na dzień ieden sama robota owego Gmachu kosztowała Złotych 270000. pytam ile mógł wynieść cały koszt za dni 1750?

Dzien	Złotych	Dni	Złotych
1	270000	::	1750 472500000.
	1750		

13500000
1890000
270000

1. | 472500000 |

W tym Przykładzie Produktu z moltiplikacyi dwóch średnich terminow niepotrzeba było przez 1, termin pierwszy zielić, ale ow Produkt zaraz za termin czwarty liczbom danym proporcjonalny napisać, bo iedno, 1, ani dzielić, ani moltiplikować liczb nie może.

Przykład czwarty. Biorącemu w Provizyi łezć od sta, pytam ile się należy od 38000?

100. 6 :: 38000 2280.
6 100

1 | 00 | 2280 | 00 | 2280.

Przy-

Przykład piąty. Łaska dwu łokciowa prosto wbita w ziemię o godzinie trzeciej z południa, rzuca od siebie cień na łokci 3. Przyległej wieży, o teyże samey godzinie cień jest na łokci 300. pytam ile wieża owa w samey rzeczy ma w sobie łokci? Terminy zadanych liczb tak układam. Jeżeli cień trzech łokciowy, jest od wysokości dwu łokciowej, cien na łokci 300, jaką rzetelną ma wysokość?

$$3. \quad 2 :: 300 \quad 200.$$

$$3. \quad | \quad 6,0,0, \quad | \quad 200.$$

Przykład szósty. Za Miesiący dwa, wydał kto 1900 Złotych, pytam ile wyda za Rok ieden. W tym Przykładzie Miesiące dwa, y Rok ieden, są terminy różnego gatunku, zaczym przed zaczęciem operacyi onychże, potrzeba ie wprzod na gatunek ieden redukować, zamiast Roku iednego, Miesiący dwanaście napisawszy tak:

Miesiący	Złotych	Miesiący	Złotych
2.	1900	12.	11400

$$3800$$

$$1900$$

2	2,2,8,0,0,	11400
	2 2 8	

Toż zawsze czyn, kiedy terminy na-
pierwżym, y trzecim mieyscu leżące, za-
mykać w sobie będą różne gatunki rzeczy,
to iest redukuy ie wprzod do gatunku ie-
dnego.

Przykład siódmy. Za pułtory godziny
wyciekło z Antała, Wina dwa garce, py-
tam ile za dzień cały wyciec mogło.
W tym przykładzie *naprzod* pułtory go-
dziny zredukowawszy na kwadrantę, ma-
kwadransów 6, toż dzień zredukowawizy
na 24 godzin, a te na kwadrantę ma-
kwadransów 96, y dopiero dane liczby u-
kładam następującym sposobem:

Kwadrantę	Garce	Kwadrantę	Garce
6.	2 ::	96.	32.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 6 \quad \boxed{\begin{array}{r} 192 \\ 18 \end{array}} \quad 32 \\
 \hline
 - 12 \\
 \hline
 12
 \end{array}$$

Jeżeli zaś Produkt z trzeciego ter-
minu zmnożony przez drugi,
mniejszy będzie od terminu pierwszego,
a przeto nie będzie się mógł przezeń dzie-
lić, tedy go wprzod na mniejszy gatu-
nek zredukować potrzeba, y dopiero
przez

przez pierwszy termin podzielić. *naprzykład*, za 20 łokci płotna dałem Talerow bitych pięć, pytam ile łokieć jeden kosztuje?

Łokci Talerow Łokiec

20. 5. :: 1.

8

Łokci Złotych Łokci Złotych

2 | 0. 4 | 0. :: 1. 2.

Ponieważ jedno pięciu nie multiplikuje, y Talerow pięciu przez 20 dzielić nie mogą, z czym zredukowaliśmy wprzód Talerow na Złotych czterdzieści mówię jeżeli za 20 dałem 40 Zł., coż dałem za 1? y dochodzę, że 2.

Przestroga. Jeżeli do liczb Całkowitych przymieszają się Frakcyje, tedy liczby całkowite redukują się wprzód na Frakcyje przytegte, a pod liczbami całkowitemi, przy których Frakcyje nie maś, podkłada się za Denominatora 1, toż Multiplikacya, y Dywizya, sposobem o liczbach łamanych przepisanym odprawiać się. *Naprzykład*. Za godzinę $1 \frac{1}{4}$ ubiegłem mil $2 \frac{1}{4}$, pytam się ile mil za godzin $6 \frac{1}{2}$ ubiegnę.

$1 \frac{1}{4} \cdot 2 \frac{1}{4} :: 6 \frac{1}{2}$

$\frac{5}{4} :: \frac{11}{2}$

Demonstracya, czyli okazanie niezawodnych fundamentow podanych na Regule Proporcyi, oczywiste mieć można z Lemma I y III. Bo ponieważ w Regule Proporcyi

porcyi dane bywają trzy terminy proporcjonalne. do których czwartego, o którym ięszcze niewiemy dobrać można, za tym idzie, że produkt z moltiplikacyi drugiego, y trzeciego terminu wynikający, rowny był powinien produktowi z moltiplikacyi terminu pierwszego z czwartym ięszcze niewiadomym, podług *Lemma I*, a za tym Produkt z drugiego, y trzeciego terminu, po dzieliwszy przez termin pierwszy, czwartego terminu danym trzem terminom proporcjonalnego do ydziemy przez *Lemma III*. Oczywista te y ięst przyczyna, czemu podług wzw. z podaney na Regułę Proporcyci nauki, termin trzeci moltiplikować powinniśmy przez termin drugi, a produkt przez termin pierwszy podzielić.

Spōsob na doświadczenie dobrze odprawionej Reguły Proporcyci naywyborniejszy, y nayładniejszy ięst: moltiplikować termin pierwszy przez termin czwarty, a termin trzeci przez drugi, bo iężeli Produkta, z tey podwoyney moltiplikacyi wynikające będą ze wśytkim łobie rowne. znak będzie dobrze odprawionej rachuby. Fundament tego niezawodny ięst w *Lemma I*.

(144)

PROPOZYCYA II.

O Regule Proporcyi Składaney. De Regula Proportionnm Composita.

Regula składana Proporcyi, *Regula Proportionum Composita*, zowie się tą, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych *nie poprzedzającej Propozycyi* wyrażonych, kładą się ieszcze inne terminy pośrednicze. ktore znaczą, czas, zysk, defalkę, y tym podobne okoliczności. Terminy takowe gdy dane będą, Reguły proporcyi odprawić nie można, aż wprzod pośrednicze owe terminy, z terminami pryncypalnemi przez moltiplikacyą złączone nie będą, tak żeby ze wszystkich danych terminow, trzy tylko terminy pryncypalne do Operacyi wypadły. Przykłady następujące rzecz tę najlepiej objaśnią.

Przykład pierwszy. Czterech Kawalerow wspólnie żyjących przez dni 10, wydali Czerwonych Złotych 50, pytam ile wydadzą Kawalerow 12 przez dni 30?

W tym Przykładzie liczby znaczące Kawalerow, y pieniądze są terminy pryncypalne, liczby zaś, ktore znaczą dni są terminy pośrednicze, y następującym porządkiem układają się:

$4 \times 10 \ 50 :: 12 \times 30.$

Zeby

Zeby tedy Regułę proporcji odprawić
złącz przez multiplikacyą *naprzód* Kawa-
lerow 4 z 10 dniami, masz 40, potym Ka-
walerow 12 z 30 dniami, masz 360. Te-
raz zadaną kwestyą w trzech terminach
następującym wyraż sposobem:

$$40. \quad 50 :: 360. \quad 450$$

a zmultiplykowawszy termin drugi przez
trzeci, to jest 50×360 , Produkt 18000-
podziel przez 40 termin pierwszy, a Wie-
loraz 450 pokaże ci szosty termin danym
pięciu terminom proporcjonalny, to jest
że Kawalerow 12 za dni 30, wydadzą Cz-
Złotych 450.

Przykład drugi. Od 1000 Złotych z pro-
wizyą czterech od sta, płaci się corocznie
Zł: 40, a od 12000 z prowizyą sześciu od
sta wiele płacić potrzeba?

$$1000 \times 4. \quad 40 :: 12000 \times 6?$$

$$4000. \quad 40 :: 72000. \quad 720.$$

40

$$4 \overline{) 000} \quad 28,8,0 \overline{) 000} \quad 720$$

28

-- 8

8

—

— 0

K

Przy-

82) (146) (83)

Przykład trzeci. Od przewiezienia czterech cetnarow towaru za mil. 30 zapłaciłem Złotych 80. a od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru, za mil 50, ile zapłacę?

$$\begin{array}{r} 4X30. \quad 30 :: 12X50. \\ 120. \quad 30 :: 600 \quad 150 \\ \quad \quad \quad 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 | 0 | 18,00,0 | 150. \\ \hline 12 \quad 0 \quad 0 \\ \hline 60 \\ \hline 60 \\ \hline \end{array}$$

Przykład czwarty. Dajmy że na płacę dla żołnierzy 10 przez Miesiąc 1, wychodzi Zł: 579, chcę wiedzieć ile wynidzie dla żołnierzy 500 przez Miesiący 12.

$$\begin{array}{r} 10X1. \quad 579 :: 500X12. \\ 10. \quad 579 :: 6000. \quad 347400. \end{array}$$

Przestroga I. Składana Reguła Proporcji, nic innego nie jest, tylko Reguła Proporcji prosta, dwa razy powtórzona, z tej przyczyny nazywa się też Reguła Dupli. Reguła podwojona, dla tego, że dwa zadania wraz w sobie zamyka; A przeto składana Reguła Proporcji redukować się może na dwie Reguły proste, z których w pierwszey pominąwszy terminy pośrze nicze, a sama

a same trzy terminy pryncypalne w proporcycy ułożywszy, szukamy terminu czwartego. W drugiey kładą się terminy pośrednicze, a w środku tych wynaleziony dopiero czwarty termin proporcjonalny; Tak w poprzedzającym Przykładzie mówiąc naprzód jeżeli na 10 Żołnierzy wychodzi Złotych 579, ile wynidzie na Żołnierzy 500? wypada 28960, a mówiąc powtore: jeżeli za Miesiąc 1 wynidzie 28960, ile wynidzie za Miesiący 12? wychodzi Summa 347400, taż sama, którą przez pierwszą Operacyą wynalasztem.

Przestroga II. Ta Reguła nazywa się także u niektórych Reguła pięciu, Reguła quinque, że się w niej pięć terminow wiadomych kładzie, dla doyscia szóstego. Doświadczaia iey tymże samym sposobem, który w Propozycyi poprzedzającej na Regule Proporcyi podany był.

PROPOZYCYA III.

O Regule Proporcyi wśpak obroconey.
De Regula Proportionum Inversa.

W Regułach Proporcyi, o których dotąd mowiliśmy, tak się ma zawsze termin pierwszy do drugiego, iak się ma termin trzeci do czwartego, y jeżeli termin pierwszy od trzeciego jest większy, termin drugi równie nad termin czwarty

większy być powinien, albo wzajemnie
mniejszy, jeżeli termin pierwszy mniej-
szy jest, niżeli trzeci. Z samey zaś na-
tury zadanej kwestyi przytrafiać się czę-
sto zwykło, że im pierwszy termin mniej-
szy, lub większy jest od trzeciego, tym ter-
min czwarty, którego szukamy, od termi-
nu drugiego mniejszy, lub większy być
powinien, biorąc wśpak porządek termi-
now przez proporcją ułożonych. W tym
razie Reguła Proporcji nazywa się
wśpak obrocona, *Regula Proportionum in-
versa*, dla zamiatwania porządku termi-
now, którym w prostej Regule Proporcji
układa się.

Reguła ta wiele zatrudniać zwykła,
niezupełnie biegłych w rachunkach ludzi.
Z tey przyczyny, że rozeznąć nie mogą,
kiedy prosta Reguła Proporcji, a kiedy Re-
guła Proporcji wśpak obrocona być ma
zażyta.

Ile razy tedy z samey natury zadanego
pytania wypada, że im mniejszy, lub więk-
szy jest termin pierwszy od trzeciego, tym
mniejszy, lub większy być powinien
czwarty od drugiego terminu, tyle razy
każdy ma sobie wnosić, że w takowym
razie Reguły Proporcji wśpak obroconey
zażyć potrzeba. Tak *naprzykład* mając
zadaną kwestyą: żeńców 20 pożeli pole
iedno

iedno w dni 4, a żeńcow 10, drugie takow
weż pole wiele dni żać będą?

20. 4 :: 10?

W tym Przykładzie iako pierwszy termin 20 większy jest od terminu trzeciego 10, tak termin czwarty wynaleziony większy być powinien nad termin drugi 4, bo żeńcow 10. dwa razy dłużey pole owo żać powinni, niżeli go żnie żeńcow 20.

Zaczmy na doyscie czwartey liczby proporcjonalney przez Regułę wspak obroconą. potrzeba *naprzód* pierwszy termin multiplykować przez termin drugi, *potwore*. Produkt z tey multiplykacyi wynikający podzielić przez termin trzeci, a za Wieloraz wypadnie termin czwarty proporcjonalny, który tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma termin pierwszy do trzeciego terminu. Tak w zadanym już przykładzie:

20. 4 :: 10. 8.

20.

10|8|0|8

Dziesięciu tedy żeńcow ośm dni pole owo żaćby powinni, które dwudziestu za cztery dni pożeli.

Przykład drugi. W Fortecy obleżoney 1500 żołnierzom wystarczy prowiantow

na

na Miesiący 3, a przez Miesiący 6, na
wielu żołnierzy też prowianty wystarczyć
mogą?

$$1. \quad 1500 : 3 = 6. \quad 750.$$

3

$$6 \overline{) 45,0,0} \quad 750.$$

42

30

30

--0.

W tym Przykładzie rzecz oczywista
jest, że im mniej jest Miesiący trzy nad
Miesiący sześć, tym mniej powinno, byź
Ludzi na którychby przez sześć Miesiący
prowianty wystarczyć mogły, które na
Ludzi 1500 przez trzy Miesiące wystar-
czaia, to jest powinno ich byź 750, po-
łową mniej od 1500, iako trzy Miesiące
połową mniej są od Miesiący sześciu.

Przykład trzeci. 6. Pługow orze rolę ie-
dnę dni 30, a 10 pługow za wiele dni też
rolą zaorzą? Widzisz y tu, że im więcej
jest pługow, tym mniej dni do orania
teyże roli potrzebnia, to jest dni tylko 18.

$$6. \quad 30 : 3 = 10. \quad 18.$$

6

$$1 \overline{) 0} \quad 1,8 \overline{) 0} \quad 18.$$

Demon-

Demonstracya, niezawodność tej Reguły funduje się na *Lemma II y III*. Bo ponieważ w Regule Proporcji wśpak obroconey, tak się ma pierwszy termin do trzeciego, iak wzajemnie czwarty do drugiego, idzie zatym podług *Lemma II*, że Produkt terminu pierwszego zmultiplikowanego z drugim, rowny bydz powinien produktowi terminu trzeciego zmultiplikowanego z czwartym. A że produktu któryby miał wynikać z moltiplicacyi terminu trzeciego z czwartym, mam już termin ieden, to jest, który na trzecim miejscu kładzie się, zaczym produkt z moltiplicacyi terminu pierwszego z drugim, rowny produktowi z moltiplicacyi terminu trzeciego z czwartym, podzielwszy przez termin trzeci, czwarty termin proporcjonalny koniecznie wyiść powinien.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcji wśpak obroconey, jest bardzo krotkie, zmultiplikowawszy termin pierwszy przez drugi, a trzeci przez czwarty. Jeżeli obadwa produkta są rowne, Operacya dobrze poszła.

Przeſtrogą. Unikając atoli trudności jeżeli iaka w Proporcji wśpak obroconey zachodzić może, łatwo zamienić ją w Regułę
Pro-

Proporcyi prosta, kładąc termin, do którego przyłączone jest zadanie, na miejscu pierwszym, a termin iednego z nich galunku na miejscu drugim. Tak w pierwszym przykładzie żeńców 10, tak się mają do żeńców 20, iak się mają dni 4, do dni 8.

$$10. \quad 20 :: 4. \quad 8.$$

4

$$1|0 \quad |8|0, \quad |8$$

A w Przykładzie drugim, tak się mają Miesiący 6, do Miesiący 3, iak się mają żołnierzy 1500 do 760.

$$6. \quad 3 :: 1500. \quad 760.$$

3

$$6 \quad \begin{array}{|l} 45,0,0, \\ 42 \end{array} \quad 750$$

- 30

30

-- 0

Podobnież y w Przykładzie trzecim, iak się mają 10 plugow do 6, tak się mieć powinny dni 30, do dni 18.

$$10. \quad 6 :: 30 \quad 18.$$

6

$$1|0 \quad |18|0 \quad 18.$$

PRO-

PROPOZYCYA IV.

*Zamykająca w sobie niektóre sp. soby
do krotkości, y snadności w opra-
wieniu Reguły Proporcyi wielce
służące.*

I. **G**dy pierwszy termin w Regule
Proporcyi prostej spełna zamy-
ka w sobie termin drugi, albowi też w nim
spełna mieści się, w tenczas proporcya na
najmnieysze terminy redukowana bydz
może przez Prop: II Rozd: II, y operacya
iey bardzo krotka stanie się. Tak *naprzy-
kład*, za łokci Sukna 5 dałem Złotych 35,
ile dam za łokci 30? Zredukowawszy 5, y
35, do najmnieyszych terminow 1 y 7,
mow: jeżeli za 1 należy się 7, coż się bę-
dzie należało za 30? maż czwarty termin
proporcyonalny 210. A w Regule Propor-
cyi wspak obroconey, ponieważ taż sama
między pierwszym y trzecim, co między
czwartym a drugim terminem zachodzi
proporcya, zaczym pierwszy y trzeci
termin na najmnieysze terminy zreduko-
wawszy, skrocisz sobie operacyą, tak w
Przykładzie I. z Propoz: III zredukowa-
wszy 20 y 10 na najmnieysze terminy,
maż z y 1, napisawszy tedy tak 2. 4 :: 1,
wypadnie ci czwarty termin 8.

II.

II. Dla uniknienia trudności w przy-
dłuższej Dywizyi, podziel termin trzeci
przez pierwszy, a przez Wieloraz multi-
plikuy termin drugi. Albo też podziel ter-
min drugi przez pierwszy, a przez Wie-
loraz multiplikuy termin trzeci, czwarty
termin proporcjonalny zawsze tenże sam
wypadnie, iak gdybyś ordynarynym spo-
sobem czynił Tak np. 25. 60 :: 100.
Podzieliwszy termin trzeci przez pierwszy,
masz Wieloraz 4. przez który z multipli-
kowawszy termin drugi 4×60 masz czwar-
ty termin proporcjonalny 240.

III. Jeżeli Frakcyja pierwszemu tylko
terminowi iest przyległa *naprzykład* $12\frac{1}{2}$.
 $4 :: 20$ z multiplikuy przez Denomina-
tor 2, tak pierwszy iako y trzeci termin,
wypadną ci trzy terminy proporcjonal-
ne bez Frakcyi 25. $4 :: 40$ Jeżeli Frakcyja
przyległa będzie drugiemu tylko termino-
wi *naprzykład* 6. $20\frac{1}{2} :: 10$, multiplikuy
przez tegoż Denominator 3, termin
pierwszy y drugi, a będziesz miał trzy
terminy proporcjonalne bez Frakcyi 18.
 $6 :: 10$ jeżeli Frakcyje z iednakowym
Denominatorem, przyległe będą pier-
wszemu y trzeciemu terminowi, *naprzy-
kład* $3\frac{1}{2}$. $20 :: 10\frac{1}{2}$ obydwie te termi-
ny zmultiplikowawszy przez powszechno-
go Denominatora 5, masz Regułę bez Fra-
któw

ktow 17. 20 :: 53? iezeli nakoniec termi-
ny korresponduiące sobie, wyrażone będą
samemi Frakcyami, z iednakowym Deno-
minatorem, *naprzykład* $\frac{2}{3}$. 20 :: $\frac{1}{4}$. zma-
zawszy Denominator wypadną ci termi-
ny proporcjonalne, 2. 20 :: 1? iezeli zaś
Denominatory będą różne, zredukuy
wprzód owe Frakcye do iednego Denomi-
natora, ktorego potym zmazawszy, bę-
dziesz miał trzy terminy proporcjonalne
bez Frakcyi, tak *naprzykład* $\frac{1}{2}$. 5 :: $\frac{2}{3}$? zre-
dukowawszy te dwie Frakcye do iednego
Denominatora, *przez Prop: III Rozdz: II*
małz: $\frac{2}{3}$. 5 :: $\frac{4}{3}$? a zmazawszy Denomina-
tora powszechnego, będziesz miał Regu-
łę Proporcyi bez Frakcyi wyrażoną sposo-
bem następującym, 3. 5 :: 4? Przyczyny
tych y tym podobnych odmian, każdy
wyśnienicie pozna, ktokolwiek naukę o
liczbach samanych zupełnie zrozumiał.

PROPOZYCYA V.

*O Regule Towarzystwa, czyli spółki
de Regula Societatis.*

Regula Towarzystwa czyli spółki, nic
innego nie iest, tylko nauka podaią-
cą sposób do podzielenia liczby iakiey
na więcey części proporcjonalnych. Zo-
wie

wie się Reguła Towarzystwa czyli spółki, że naywięcey z żywana bywa między ludzmi społeczeństwo handlow, lub intrat utrzymuiącemi. W samey rzeczy Reguła spółki nic innego nie jest, tylko Reguła Proporcyi tyle razy powtorzona, na wiele części proporcjonalnych liczbę zadaną dzielić przyidzie. Co się z następujących iasnie pokaże Przykładow.

Przykład pierwszy. Trzech Kupcow zawarłszy z sobą Towarzystwo handlowne, dali na zysk spolny każdy z swoiey strony pewną Summę pieniędzy.

Pierwszy Kupiec A.łożył Taler: bit: 1000

Drugi Kupiec B.łożył Talerow bit: 1500

Trzeci Kupiec C.łożył Talerow bit: 2000

Pieniędzmi temi handlując Rok cały, zarobili, ogółem Talerow bitych 2000. Pytam iaka z tego zysku Summa proporcjonalna do każdego K. pitału, wszystkim przypadnie?

Zbierz *naprzód* w iedną Summę wszystkie Kapitały przez trzech Kupcow poiedynczo dane, to jest $1000 + 1500 + 2000 = 4500$: *Powtore.* Uczyn tyle razy Regułę Proporcyi, ile jest poiedynczych Kapitałów, w ułożeniu terminow ten tryb zachowując, ażeby za pierwszy termin położona była Summa parcyalnych Kapitałów w iedno zebrana, która tu jest 4500, z drugi

drugi termin zysk generalny, który tu
jest 2000, za trzeci termin Summa par-
cyalna każdego Kupca, a za czwarty ter-
min przy każdej Operacyi wypadnie ci
zysk parcyalny, proporcjonalny Kapita-
łowi przez każdego z trzech Kupców lo-
żonemu. Czego wszystkiego następujący
masz wizerunek:

Kap: gen:	Zysk gener:	Kapitał parcy:	Zysk parcyalny
4500	2000 ::	1000? A.	444 A. $\frac{4}{3}$
4500	2000 ::	1500? B.	666 B. $\frac{4}{3}$
4500	2000 ::	2000? C.	888 C. $\frac{4}{3}$

2000.

Przykład drugi. Trzech Braci z kupiła
wspólnie Mienność czyniącą roczney
intraty 70000 Złotych. Pierwszy D. dał
na nią 240000, Drugi E. 300000, Trzeci
F. 360000, chcą wiedzieć ile roczney In-
traty każdemu z nich, z owych Dobr przy-
padnie?

Znożę naprzód wszystkie parcyalne Ka-
pitały, to jest 240000 + 300000 + 360000 =
900000. To uczyniwszy, Regułę propor-
cyi sposobem wzwyż podanym powtarzam
trzy razy:

900000	70000 ::	240000?	18666 $\frac{4}{3}$
900000	70000 ::	300000?	23333 $\frac{4}{3}$
900000	70000 ::	360000?	28000

70000.

Przy-

Przykład trzeci. Dwóch Jubilerow, z których ieden łożył na Dyamenty 20000 Czerwonych Złotych, drugi 32000, tracą na handlu swoim 15 tysięcy, pytem iaka szkoda każdego Summie ma być proporcjonalna.

$$52000 \quad 15000 :: 20000 \quad 5769 \frac{1}{2}$$

$$52000 \quad 15000 :: 32000 \quad 9230 \frac{4}{5}$$

15000.

Jeżeli by zaś z parcyalnych Kapitałów, owych Kupcow ieden dłużey a drugi krócey był na handlu, w tenczas, tak iak w Regule Proporcyi składaney, potrzeba wprzód Kapitał przez swoy czas multiplikować, a dopiero Produkta dodawszy, czynić sposobem wzwyż podanym. Tak *na przykład* daymy trzech Kupcow z których ieden łożył na handel 200 Czerwonych Złotych, lecz od lat 3. Drugi łożył 320, lecz od lat 2. Trzeci łożył 500, lecz od roku tylko. Zysk zaś generalny z tego handlu trzechletniego był na 2000 Czerwonych Złotych, multiplikuję wprzód każdą Summę przez iey lata:

$$200 \times 3 = 600$$

$$320 \times 2 = 640$$

$$500 \times 1 = 500$$

Zc-

-83) (159) (83 -

Zebraliśmy teraz w iedno wszystkie Pro-
dukta parcyalne, mam 1740 y Regułę tak
ustadam:

1740	2000 ::	600?	689 $\frac{11}{14}$.
1740	2000 ::	640?	735 $\frac{11}{14}$.
1740	2000 ::	500?	574 $\frac{12}{14}$.

2000.

Gdyby zaś Kupcow wszystkie Kapitały
rowne były, lecz czas nierówny, gdyby
np. iednego Summa był na handlu Mie-
sięcy 12. drugiego Miesiący 7, a trzeciego
Miesiący 6, tedy zebraliśmy w iedną Sum-
mę wszystkie Miesiące 12+7+6 = 5 położy-
cie za pierwszy termin. za drugi zysk ge-
neralny. a za trzeci Miesiące, przez które
każdego Kapitał był na handlu. y powtorz-
 trzy razy Regułę Proporcji t. k:

Jeżeli Miesiący Zysk Czerw. Zł: coż Miesiący

25	1090 ::	12?	480
25	1000 ::	7?	280
25	1000 ::	6?	240

1000

Ztąd masz sposób, na dzielenie pieniędzy
np. 4000 Talerow bitych, między trzech
trzech, proporcjonalnie do czasu przez
który ciż słudzy Panu swemu służyli, z któ-
rych ieden służył lat 7, drugi lat 6, trzeci
lat 12, Pan zaś umierający leguie im za-
pisem

pišem 4000 Talerow bitych, ażeby te w proporcji do czasu ich usług podzielone między nich były. Zebrawszy albowiem lata wszystkich, których tu jest 25. położę je za termin pierwszy, Summę legowaną na nich za termin drugi, a każdego z osobna lata za termin trzeci. toż trzy razy powtórzywszy Regułę Proporcji, za czwarty termin wypadnie ci Summa do lat każdego proporcjonalna, następującym sposobem.

25.	4000	:	7.	1120
25.	4000	:	6.	960
25.	4000	:	12.	1920
				<hr/>
				4000

Pierwszy tedy za lat 7 wezmie Talerow bitych 1120, drugi za lat 6 wezmie Talerow bitych 960, trzeci za lat 12 wezmie Talerow bitych 1920.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Towarzystwa jest to: że gdy dodasz wszystkie parcyalne Summy, zysk, lub stratę parcyalną znaczące, Summa generalna, zyskowi, lub stracie generalney równa być powinna, iako tu na końcu każdego Przykładu widzieć się daie.

PRO-

PROPOZYCYA VI.

O Regule Wiazania. D. R gula Alligationis.

Gdy rzeczy różney między sobą ceny, różnego waloru wążżemy. czyli mieszamy razem. iako *naprzykład* różne trunki, towary, lub kruszace, a pomieszawszy ie, chcemy doysć sprawiedliwej ceny owej mixtury, częściom rzeczy owych, z których składa się, proporcyon-lney, albo też gdy średnią iakąś cenę założywszy, chcemy wiedzieć ile części każdego z kilku danych towarow, lub trunkow zmniejszać potrzeba, ażeby za cenę owę średnią sprzedać ie można, w oboim tym razie zażywamy Reguły, którą Rachmistrze zowią Regułą Wiazania, *Alligationis*. Spособy do należytego iey odprawienia potrzebne, z samych naylepiey przykładow ydadzą się.

Przykład pierwszy. Miał kto dwoiakiey proby u siebie srebro, iednego grzywna po Złotych 74, drugiego po Złotych 68, pierwszego było grzywien 200, drugiego grzywien 160, dwoiakie to srebro stopiwszy w iedną masę, pytam po czemu na ow czas iedna iego grzywna przypadnie?

L

Multy-

Mużyplikuy *naprzód* grzywien 200 przez Złotych 74, potym grzywien 160 przez Złotych 68. Dwa produkta ztąd wynik iące z sobą dodawszy, Summę generalną pokazującą ci cenę wszystkiego owego frebra podzieli przez 360, to jest przez Summę wszystkich grzywien zebra- nych, a Wieloraz pokaże cenę iedney grzywny dwoiakiego owego frebra zmie- znanego. następującym sposobem:

Grzywny Złote

200 X 74 = 14800

160 X 68 = 10880

36 | 0. | 256,8 | 0 | 71 1/4

252

-- 48

36

12

Wieloraz tedy $71 \frac{1}{4}$ pokazuje, że zmieszanego owego frebra, grzywna ie- dna będzie na potym warta Złotych 71. y groszy 10. Bo iezeli grzywien 360 warte ą Złotych 25680, coż grzywna 1? Podług Reguły Proporcji wypadnie Złotych $71 \frac{1}{4}$.

Przykład drugi. Daymy że korzec pszenicy jest po Złotych 12, korzec żyta po Złotych 9, ięczmienia po Złotych 6, zmie-

—83)(163)(83—

zmieszawszy razem pszenicy korcy 7, żyta korcy 5, ięczmienia korcy 2, pytam po czemu ieden korzec mixtury owey wypadnie?

Korcie Złote

Pszenicy 7 X 12 $\frac{11}{12}$ 84.

Zyta 5 X 9 $\frac{11}{12}$ 45.

Ięczmienia 2 X 6 $\frac{11}{12}$ 12.

14

14 $\frac{11}{12}$
14

10 $\frac{11}{12}$

— 1.

Korzec tedy ieden owey mixtury będzie kosztował Złotych 10, y coś więcej nad dwa grosze. Bo podług Reguły Proporcyi, ieżeli za korcy 14 należy się Złotych 14 $\frac{11}{12}$, coż za korzec 1? mam Złotych 10 $\frac{11}{12}$.

Y te dwa Przykłady dość będą na pokazanie sposobu, którym postępować sobie potrzeba w pierwszym rodzaju Reguły Wiązania, to iest, gdy zmieszawszy razem trunki, towary, lub kruszcze różney ceny, chcemy doysć sprawiedliwego części ich waloru. Co się zaś tycze drugiego rodzaju Reguły Wiązania, to iest, gdy podług założoney ceny, rzeczy różnych gatunkow mieszać potrzeba, ażeby mixtu-

rę z nich zrobioną za cenę owę sprzedać można. Na to następujące Przykłady widoczny sposób nam podadzą.

Przykład pierwszy. U Winiarza znaydują się dwa gatunki wina, iednego garniec po Złotych 20, drugiego po Złotych 15, ieżeli kto nie daie mu, tylko Złotych 17, a chce żeby mu podług proporcyi danych pieniędzy, z oboygą win ieden garniec dano, pytam ile Winiarz ow pierwszego, ile drugiego wina zmieszać powinien, a żeby mu dał garniec wina w sprawiedliwej do danych pieniędzy proporcyi?

Na rozwiązanie tego, y temu podobnych zadaniow, maź dwie następujące Reguły.

Reguła pierwsza. Podłóż ceny iednego y drugiego wina pod sobą, to iest 20, y 15, a z boku na lewey ręce napisz 17 liczbę danych pieniędzy, za które chcesz garniec wina dwoiakiego wziąć. To uczyniwszy wiąż, czyli porownyway osobno przez Subtrakcyą, *naprzod* cenę większą wina z danemi pieniędzmi, to iest 20, z 17, a 3, przewyżkę *Differentiam* między niemi zachodzącą, połóż na prawey stronie przy 15. *Powtore* wiąż cenę mnieyszą 15 z temiż 17 danemi pieniędzmi, a przewyżkę między niemi zachodzącą, to iest 2, połóż na prawey stronie przy 20.

Reguła

Reguła druga. Zbierz przewyszki w iedną Summę, y Regułę Proporcyi powtorz tyle razy, ile iest Przewyszek, to iest dwa razy w Przykładzie teraznieyszym. W ułożeniu zaś Reguł Proporcyi za pierwszy termin kładzie się Summa Przewyszek, która tu iest 5, za drugi termin kładzie się garniec 1, a za trzeci termin każda Przewyszka osobno. Czego następujący masz wizerunek.

	Ceny Win	Przewyszki
	20	2
Pieniądze dane 17	15	3

Summa Przewyszek 5

$$5. 1 :: 2? \frac{2}{5}.$$

$$5. 1 :: 3? \frac{3}{5}.$$

Tym sposobem Regułę Proporcyi dwa razy powtorzywszy, dla tego, że tylko dwie ceny wina, y dwie przewyszki były, dochodzę na koniec, że z wina które iest po Złoty 20, wzięwszy dwie z pięciu części iednego garca, a z wina, które iest po Złoty 15, wzięwszy trzy z pięciu części iednego garca, będę miał 5, to iest, garniec ieden wina takiego, którego sprawiedliwa cena będzie Zł: 17.

Przykład drugi. Łot srebra iednego iest po Złoty 24, drugiego po Złoty 18, chcę mieć kilka łotow srebra, ale łot ieden

ieden po Złotych 20, pytam ile złotnik z obu gatunkow srebra na ieden łot zmieszać powinien, ażeby ten wart był Złotych 20?

	Złoté	Przewyszki
Dane Złoté 20	24	2
	18	4

Summa Przewyszek 6.

6. 1 :: 2? $\frac{2}{3}$.

6. 1 :: 4? $\frac{4}{3}$.

Z srebra tedy po Złotych 24, wzięwszy dwie z sześciu, a z srebra po Złotych 18, wzięwszy cztery z sześciu części iednego łota, będzie miał $\frac{2}{3}$ to iest, łot ieden srebra za Złotych 20.

Kiedy zaś nie dwóch, ale więcej rzeczy ceny dane będą, trzeba brać zawsze po dwie ceny ustanowione, (z których iedna koniecznie mnieysza, druga większa nad dane pieniądze bydź powinna) y wiązać je sposobem wzwyż podanym z pieniądźmi danemi, tak żeby każda cena przynajmniey raz wiązana była. Chociaż zaś iedną cenę kilka razy wezmiesz na wiązanie iey z drugiem, to bynajmniey nie szkodzi, a zwłaszcza wtenczas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze iest większa. Niech będą *naprzykład* czte-

ry

ry gatunki zboża: Pszenicy korzec po Zł.
14, Żyta po Złotych 11, Jęczmienia po
Złotych 9, Owsa po Złotych 6, chcę mieć
tych wszystkich gatunkow zboża korzec
jeden za Złotych 10.

	Ceny	Przewyżki
	14	1
Dane Złote 10	11	4
	9	4
	6	1

Summa Przewyżzek 10

$$10. 1 :: 1 \frac{1}{10}$$

$$10. 1 :: 4 \frac{4}{10}$$

$$10. 1 :: 4 \frac{4}{10}$$

$$10. 1 :: 1 \frac{1}{10}$$

W tym Przykładzie wiązę *naprzod* 14
y 9 ceny Pszenicy y Jęczmienia, z lanem
10 Złotemi, y mam przewyżki przy 14
jedno 1, przy 9 cztery 4, wiązę *powtore*
ceny żyta y owsa. 11, y 6 z danemi 10
Złotemi, y mam Przewyżki 4 przy 11, a
1 przy 6. Toż zebrawszy wszystkie Prze-
wyżki, y powtórzywszy Regułę Propor-
cyi cztery razy, dochodzę na koniec, że
pszenicy jedną z dziesiąciu, żyta cztery
z dziesiąciu, jęczmienia cztery z dziesią-
ciu, owsa jedną z dziesiąciu części jednego
korca wzięwszy, mam $\frac{10}{10}$, to jest. korzec ie-
den tej mixtury, za Złotych 10.

Przy-

Przykład drugi. Funt Szafranu przedać za Złotych 30. Cynamonu za Złotych 24. Goździków za Złotych 8. Herbaty za Złotych 14. Dać kto Złotych 25, ażeby mu za nie nic więcej, tylko funt jeden tych wszystkich korzeni przedano, pytam ile z każdego gatunku na ten jeden funt wnieść potrzeba?

	Ceny	Przewyżki
	30	1. 17. 11.
Dane Złote. 25	24	5
	8	5
	14	5

Summa Przewyżek 44

44.	1 ::	29 ²	$\frac{25}{44}$
44.	1 ::	5 ²	$\frac{44}{44}$
44.	1 ::	5 ²	$\frac{44}{44}$
44.	1 ::	5 ²	$\frac{44}{44}$

W tym Przykładzie, że tylko jedna cena, to jest Złotych 30, większa jest nad daną cenę Złotych 25, inne zaś trzy wszystkie są od danej ceny mniejsze, z tej przyczyny cenę 30, biorę z każdą z obojga z trzech cen następujących, y wiążę z danymi 25 Złotymi; dla tego Summa Przewyżek przy pierwszej cenie 30, na prawey stronie położonych jest największa, to jest 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30, ze wszystkimi następującymi cenami wiązałem.

Po-

Powtorzywszy potym cztery razy Regułę Proporcyi sposobem wzwyż podanym, dochodzę na koniec, że wziąwszy Szafranu dwadzieścia dziewięć ze czterdzieści czterech, Cynamonu pięć ze czterdzieści czterech, Goździków pięć ze czterdzieści czterech, Herbaty pięć ze czterdzieści czterech części iednego funta, wypadnie 44, to iest funt ieden cały wszystkiego korzenia.

Doświadczenie należycie odprawioney Reguły Wiązania będzieś miał z tąd, ieżeli wizytkę części, z których mixtura składa się, liczbą łamaną wyrażone, wyrównają rzeczy całej, iako to po każdym Przykładzie widzieć się daie.

Okazanie niezawodności fundamentow na Regułę Wiązania podanych.

Summa Przewyższek, *Differentiarum*, ktoręmi ceny założone różnią się przez większość lub brak (*per excessum, vel defectum,*) od liczby średniey danej, tak się ma do całej mixtury, iak się ma każda osobno Przewyżzka, do każdej części teyże mixtury osobno wziętey. Z tey przyczyny w Regule Wiązania tyle razy powtarza

wtarza się Reguła Proporcji, ile jest Przewyżek, które dla tego kładą się naprzemian, ażeby brak ceny jedney mógł się nadgrodzić większością ceny drugiey.

Przełtoga I. Z ostatniego Przykładu rzecz oczywista jest, że każda cena przynajmniej raz wiązać, i porównywać się powinna z ceną daną pośredniczą, tudzież że jedna cena może się więcej razy wiązać, iako to już wyżej namienito się.

Przełtoga II. Wiazania czyli porównywania te mogą się dzieć różnemi sposobami, byle tylko średnią liczbę daną, zawsze wiążąc z dwoma cenami, jedną większą, drugą mnieyszą o t nej. Według różnego zaś wiazania, różne wypisną tey, lub owey rzeczy części, w mixture wchodzić mające. Czego każdy przez własne Przykłady doświadczyć może.

PROPOZYCYA VII.

O Regule Domniemania, czyli fałszywego założenia. De Regula Positionis, vel falsi.

Reguła Domniemania, czyli fałszywego założenia, Regula falsi jest ta, która przez założenie liczby fałszywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ktoraby na
za.

zadanie zupełnie zadość uczyniła. Reguła ta jest dwoiaka, iedna prostej domniemania *Simplicis Positionis*, w ktorej iedną prostą na rozwiązanie zadaniow bierzemy liczbę, y o tey w teraznieyszey Propozycyi mowić będziemy. Druga Reguła jest dwoiakiego Domniemania, czyli dwoiakiego fałszywego założenia, *Duplicis Positionis*, o ktorej w Propozycyi następującej.

Reguła prostej Domniemania, na trzech zasadza się fundamentach.

I. Zakładam sobie liczbę, którą zdątną bydy rozumiem na solwowanie kwestyi, y ta zowie się założenie, *positio*.

II. Miarkuję, y roztrząsam, ieżeli liczba założona taka jest, iakiey mi potrzeba na rozwiązanie zadania uczynionego.

III. Widząc że liczba założona nieczyni zadość żądanej kwestyi, układam Regułę Proporcyi, za ktorej pomocą liczby prawdziwey dochodzę. Rzecz tę następujące Przykłady naylepiey objaśnia.

Przykład pierwszy. Pewny umieraiać legowała na trzech Synowcow iwoich 10000 Złoty, z tą kondycją: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam ile każdy z nich weźmie? Daymy że pierwszy

wszy wziął 600, drugi tedy podług za-
danej kwestyi wziął 300, a trzeci wziął
100. Uważam teraz, jeżeli te wszystkie
Summy wyniosą 10000, bo gdyby wynio-
sły 10000, tym samym zadaniu owemu
stałoby się zadość. Ale zebrawszy je w ie-
dno, widzę że tylko czynią 1000. Za-
czym dla dościa prawdziwey liczby, któ-
rą wziął pierwszy, układam sobie Regułę
Proporcyi, w ktorey za pierwszy termin
kładę liczbę, która z fałszywego założenia
wypadła, to jest 1000, za drugi termin
kładę fałszywe założenie, iakie było w
tym razie 600, za trzeci termin piszę li-
czbę zadaną, to jest 10000, a za czwarty
termin powinna wypaść liczba rzetelna,
na rozwiązanie uczynionego zadania.

Jak się ma 1000 do 600, tak się powinno
mieć 10000 do 6000.

$$1000. 600 : 10000$$

$$10000 : 600$$

$$1/000 | : 6000 | 000 | 6000$$

Pierwszy tedy wezmie 6000, drugi
3000, a zatym trzeci 1000, podług kon-
dycyi w uczynionym zadaniu założo-
nych, które wszystkie parcyalne Summy
dodawszy, masz 10000, a zatym uczynio-
ney kwestyi zupełnie zadość się stało.

Przy-

Przykład drugi. Piotra, Pawła, y Jana lata zebrane, czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcej nad Piotra, a Jan dwakroć więcej lat nad Pawła, pytam ile lat z nich każdy ma?

Daymy że Piotr ma lat 2, začym Paweł podług założoney kwestyi, ma trzy razy więcej, to iest 6, a Jan dwa razy więcej nad Pawła, ma tedy lat 12, zebrane te wszystkie lata czynią 20, a miało być ich 100, začym wzwyż po danym sposobem ułożywszy Regułę proporcji,

$$\begin{array}{ccccccc} 20. & 2 & :: & 100. & 10 \\ & & & 100 & \end{array}$$

$$\frac{2}{10} \quad \frac{12}{60} \quad \frac{6}{30} \quad \frac{10}{100}$$

wypadający czwarty termin proporcjonalny 10, wskazuje mi lata Piotra. Bo jeżeli Piotr ma 10, tedy podług zadanej kwestyi Paweł będzie mieć 30, a zatym Jan 60, które wszystkie lata zebrane 10 + 30 + 60, czynią 100, podług uczynionego zadania.

Przykład trzeci. Pewny Kupiec spytany, ileby wszystkie towary jego warte były? odpowiedział: Ceny, którą wszystkie towary moje wynoszą, wziąwszy część trzecią, część czwartą, y część piątą, miałbyś Czerwonych Złotych 470. Rzecz oczy-
wista

wista jest, że tu taką Summę znaleźć potrzeba, ktorey część trzecia, część czwarta, y piąta, uczynią Czerwonych Złotych 470.

Położmy tedy za tę Summę, *na przykład* Czerwonych Złotych 60, ktorych część trzecia jest 20, część czwarta jest 15, część piąta jest 12. Zebrawszy teraz te wszystkie części to jest, $20 + 15 + 12$, mam 47, lecz te części miały czynić 470, układam tedy Regułę Proporcji następującym sposobem:

$$47. \quad 60 :: 470. \quad 600$$

y dochodzę, że towary owe wszystkie war-
te Czerwonych Złotych 600, ktorych trze-
cia część czyni 200, czwarta 150, piąta
120, a te części dodane, razem czynią Cz-
Złotych 470.

Przykład czwarty. W pewnym Młynie
są cztery kamienie, z ktorych pierwszy
miele za godzinę korcy pięć, drugi korcy
cztery, trzeci korcy dwa, czwarty ko-
rzec jeden, pytani ile godzin potrze-
ba, ażeby te wszystkie kamienie zmełły
korcy 820?

Daymy że potrzeba godzin 5, za te
pięć godzin pierwszy kamień zmiele korcy
25, drugi korcy 20, trzeci korcy 10,
czwarty korcy 5. Zbieram teraz te
wszystkie korce, ktore wynoszą kor-
cy

—83) (175) (83—

cy 60. ale mnie potrzeba korcy 820. Układam tedy Regułę Proporcyi następującym sposobem, jeżeli korcy 60 kamienie owe miały za godzin 5 :: ile godzin potrzeba do zmielenia korcy 820?

Korcy. Godzin Korcy. Godzin
60. 5 :: 820. 68 $\frac{4}{5}$

5

6 | 0 . | 41,0 | 0 68 $\frac{4}{5}$
 | 36

— 50

— 48

— 2

na korcy tedy 820, potrzeba będzie godzin 68, y minut 20.

Demonstracya. w Regule Domniemania jak się ma liczba z fałszywego założenia wynikająca, do liczby fałszywie założonej, tak się powinna mieć liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Za czym gruntu Reguły Domniemania zależy jedynie na porządnym ułożeniu w Proporcya, terminow fałszywego założenia, ażeby za położeniem terminu rzetelnego na trzecim miejscu, na czwarty termin mogło wypaść rzetelne, y trzeciemu terminowi proporcjonalne założenie.

PRO-

PROPOZYCYA VIII.

O Regule dwoiakiego fałszywego założenia. De Regula Duplicis Positionis.

Regula dwoiakiego założenia, przez założenie dwóch fałszywych liczb odprawuje się, y wiele ułatwia kwestyi, ktorych przez iedno proste założenie rozwiązać nie można, przeciwnie z. s. wszystkie zadania z proste go założenia, przez dwoiakie założenie z równą snadnością rozwiązać można. Na ktorych z. s. kwestyi rozwiązanie koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, informacya o tym w *Prześtrodze I* dana będzie.

Reguły dwoiakiego założenia cztery są fundamenta:

I. Weś za Summę, ktorey szukasz iakąkolwiek liczbę, ktora się zowie założenie, *Positio*, y roztrząśnij ją, ieżeli zadana kwestyą ułatwić może; ktorey gdy nieczyni zadofyć, błąd w założeniu teyże liczby popełniony napisz na prawey stronie tegoż założenia, lecz z tą różnicą: że ieżeli błąd ow jest popełniony przez większe założenie, *per excessum*, nad Sum-

mę

mę ktorey szukasz, powinienes go pisac przy owym załozeniu ze znakiem Addycyi $+$ a jezeli bład ow jest popełniony, przez mnieysze załozenie *per defectum* nad Summę ktorey szukasz, powinienes go pisac przy owym załozeniu ze znakiem Subtrakcyi $-$, z ktorych znakow pierwszy $+$ znaczy większość, drugi $-$ znaczy brak.

II. Weź powtore za drugie załozenie inną liczbę od pierwszej liczby założoney większą, lub mnieyszą, podług upodobania, a roztrząsnawszy ją tymże samym, co pierwszą, sposobem, jezeli y ta zadaney kwestyi nie czyni zadosyć, napisz przy niey rownie, iak przy pierwszej bład, ze znakiem większości $+$, lub ze znakiem braku $-$, iak ci wypadnie. Jezeli obydwā błędy popełnione są przez większość, albo gdy obydwā popełnione są przez brak, zowią się błędy podobne, *Errores similes*. Jezeli zaś ieden bład jest przez większość, a drugi przez brak, to jest ieden ze znakiem $+$, drugi ze znakiem $-$, zowią się błędy niepodobne *Dissimiles*.

III. Gdy błędy są sobie podobne, multiplikuy załozenie pierwsze, przez bład założenia drugiego, y wzaiemnie założenie drugie multiplikuy przez bład zało-

zenia pierwszego; Toż zachodzącą między temi dwoma Produktami przewyżkę, *Differentiam*, podzieliwszy przez przewyżkę zachodzącą między błędami, za Wieloraz wypadnie Summa rzetelna, ktorey szukasz.

IV. Jeżeli zaś błędy są sobie niepodobne *diffiniles*. Tedy Produkta obydwa w iedną Summę zebrane, podziel przez błędy obydwa w iedną Summę zniesione, a Wieloraz wskaże Summę rzetelną dotąd nie wiadomą. Fundamentow tych naRegułę dwoiakiego założenia podanych, masz widoczny dowod w następujących Przykładach.

Przykład pierwszy. Trzech Kawalerow zyskali przy grze Czerwonych Złotych 47, lecz z tą różnicą; że drugi wygrał pięcioma więcej nad pierwszego, a trzeci wygrał tyle, ile drugi, y nad to jeszcze Czerwonych Złotych 10, pytam ile każdy z nich zyskał?

Daymy że pierwszy zyskał Czerwonych Złotych 4, drugi tedy podług zadanej kwestyi zyskał Czerw: Zł: 9, a zatym trzeci Czerw: Zł: 19. Znoszę teraz te wszystkie parcyalne zyski, to jest $4+9+19$, y mam Czerwonych Złotych 32. Lecz ich powinno było być 47, błąd tedy w uczynionym założeniu popełniony jest przez brak

per

per defectum, od Summy rzetelney na 15. Zaczym te 15 ze znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia pierwszego 4 to iest: *Założenie 4, Błąd — 15.*

Zakładam tedy powtornie inną liczbę na ułatwienie zadanej kwestyi, mniemając *naprzykład*, że pierwszy z owych Kawalerow zyskał Czerwonych Złotych 7, drugi tedy podług zadanej kwestyi zyskał 12, a zatym trzeci zyskał 22. Znożę teraz te parcyalne zyski, to iest $7 + 12 + 22$, które wraz zebrane, czynią Czerwonych Złotych 41.

Tym czasem miało ich być 47, błąd tedy y tu w założeniu 7 popełniony iest przez brak *per defectum* od rzetelney Summy na Czerwonych Zł: 6. Zaczym y te 6 ze znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia drugiego 7, to iest: *Założenie 7, Błąd — 6.*

A że w tej operacyi obydwą błędy są sobie podobne *Errores similes*, bo obydwą w założeniu popełnione przez brak, czyli przez mnieyszość od rzetelney Summy, zaczym podług informacyi danej w *Punkcie III tej Propozycyi*, multiplikuję założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, to iest $4 \times 6 = 24$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to iest $7 \times 15 = 105$, z ktorey multiplikacyi

dwa wynikające produktu niniejszy od większego odciągum, to jest $105 - 24$, y mam zachodzącą między temi Produkta-
mi Przewyżkę, *Differentiam* 81, którą po-
dzieliwszy przez 9, to jest przez Przewy-
żkę zachodzącą między dwoma błędami.
(bo $15 - 6 = 9$) mam wypadający Wieloraz 9, który pokazuje, że pierwszy Kawa-
ler zyskał Czerwonych Złot: 9, drugi tedy
zyskał Czerwonych Złotych 14, a zatym
trzeci 24, które trzy zyski parcyalne do-
dawizy, to jest $9 + 14 + 24$, mam Czerwo-
nych Złotych 47, iaka Summa w daney
kwestyi założona była. Całey tey opera-
cyi miał krotki następujący wizerunek.

Pierwsze założenie 4, Błąd — 15

Drugie założenie 7, Błąd — 6

Przewyżka Błędów 9.

Produkt założenia pierwszego

z błędem założenia drugiego $4 \times 6 = 24$

Produkt założenia drugiego

z błędem założenia pierwszego $7 \times 15 = 105$

Przewyżka Produktów 81.

*Podzielenie Przewyżki Produktów, Wieloraz
przez Przewyżkę Błędów* $9 | 81 | 9$.

Przykład drugi. Pytagoras Filozof spy-
tany wieleby miał Uczniow swoich? od-
powiedział; że połowa ich uczy się Geo-
metryi

metryi, czwarta część Filozofii, siódma część pięcioletnie zachowanie milczenia, a procz tego ma trzech innych szczególniejszym sposobem sobie zaleconych, pytam ile wszystkich Uczniów owych było?

Daymy że Uczniów owych było 280. Połowa ich tedy będzie 140, czwarta część 70, siódma część 40.

Zbieram te wszystkie części to jest 140 \times 70 \times 40 = 250, do których dodawszy 3, mam 253. Lecz ich miało być 280, błąd tedy popełniłem - 27 przez brak od Summy założoney.

Daymy powtórę że Uczniów owych było 112, których połowa będzie 56, czwarta część 28, siódma 16. Te wszystkie części wraz zebrane, to jest 56 \times 28 \times 16, czynią 100, a przydawszy 3, czynią 103, lecz ich miało być 112, błąd tedy y tu popełniłem - 9 przez brak od Summy założoney, a ponieważ błędy są sobie podobne, to jest obydwą przez mnieyizosć, zaczyn zmultyplikowawszy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to jest $280 \times 9 = 2520$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to jest $112 \times 27 = 3024$, odciągam produkt mniejszy 2520, od produktu większego 3024, a przewyszkę między niemi zachodzącą

-(83)(182)(83-

504 dzielię przez 18, to jest przez przewy-
szkę między błędami 27 - 9 zachodzącą,
z ktorey Dywizyi Wieloraz 28 wskazuje
owych Uczniow Pitagorefa liczbę. Bo 28
połowa jest 14, czwarta część 7, siódma
część 4, ktore wszystkie części dodane
14+7+4, czynią 25, a przydawszy 3, czy-
nią 28.

Założenie pierwsze 280, Błąd - 27

Założenie drugie 112, Błąd - 9

Przewyżska Błędow. 18,

*Produkt założenia pierwszego z błę-
dem założenia drugiego $280 \times 9 = 2520$.*

*Produkt założenia drugiego z błę-
dem założenia pierwszego $112 \times 27 = 3024$.*

Przewyżska między Produktami 504

*Podzielenie Przewyżski Produktow Wieloraz
przez Przewyżskę Błędow. 18 | 504 | 28.*

Przykład trzeci. Pewny spoyrzawszy na
kieskę przyjaciela swego, rzecze mu: zda-
je mi się że w tej kiesce masz 100 Czerwo-
nych Złotych, ktoremu drugi odpowie-
dział, mylił się, ale gdybym miał tyle
dwoie co mam, y czwartą część tego, y
gdybyśmi iesz cze z twoich pieniędzy przy-
dał Cz: Złoty 1. w ten czas dopiero Summa
moich pieniędzy wyniosłaby Czerwonych
Złotych 100.

Daymy

Daymy że miał Czerwonych Zło: 48, do których przydawszy drugie tyle, to jest 48, y czwartą część tego, to jest 12, y procz tego ieszcze Czerwony Złoty 1, mam wszystkich ogołem $48 + 48 + 12 + 1$, Czerwonych Złot: 109. Lecz ich miało być pełna 100, błąd tedy popełniony jest przez większe założenie nad Summę zadaną $+ 9$.

Daymy powtore że miał Czerwonych Złotych 40, do których przydawszy drugie 40, y czwartą część 10, y 1, mam wszystkich 91, miało ich zaś być 100, błąd tedy w założeniu stał się przez mniejszość nad Summę rzetelną $- 9$.

W tym Przykładzie, że błędy wypadły przez znaki przeciwne, bo błąd pierwszy ze znakiem $+$, a błąd drugi ze znakiem $-$. Zaczyn podług informacyi daney w Punkcie IV *tey Propozycyi*, multiplikuję *naprzód* założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to jest $48 \times 9 = 432$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to jest $40 \times 9 = 360$. Toż Summę z tych Produktow zebraną $432 + 360 = 792$, podzieliwszy przez Summę błędow, to jest przez 18, Wieloraz 44 pokazuje, że pieniędzy owych w kiesce było Czerwonych Złotych 44, do których przydawszy drugie

-23)(184)(23-

gie tyle, to jest 44, y czwartą część 11, y
procz tego 1, mam 100 Summę w zada-
ney kwestyi wyrażoną.

Pierwsze założenie 48. Błąd + 9

Drugie założenie 40. Błąd - 9

Summa Błędow 18.

Produkt założenia pierwszego z błę-
dem założenia drugiego $48 \times 9 = 432$

Produkt założenia drugiego z błę-
dem założenia pierwszego $40 \times 9 = 360$

Summa Produktow 792.

Podzielenie Summy Produktow Wieloraz
przez Summę Błędow 18 | 792 | 44.

Przykład czwarty. W pewney Fortecy
byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie,
y Niemcy. Liczba Francuzow wziętych
wraz z Szwaycarami czyniła - - 5000
Liczba Szwaycarow z Niemcami, 7000
A liczba Francuzow z Niemcami, 6000.
Pytam ile z każdego Narodu żołnierzy
było, tudzież ile było wszystkich wraz
wziętych?

Daymy że Francuzow było. - 1600
Szwaycarow tedy powinno być 3400
A Niemcow - - - - - 3600.

Francuzi więc z Szwaycarami, czynią
5000, Szwaycarowie z Niemcami, czy-
nią 7000, y dotąd kondycjom zadaney
kwestyi stało się zadość. Ale

Ala Francuzi z Niemcami: czynią tylko 5200, powinni zaś byli czynić 6000. Błąd tedy stał się w założeniu na 800, przez mniejszość od Summy potrzebney, to jest — 800.

Biorę tedy na drugie założenie Francuzow 1800, toć Szwaycarow powinno być 3200, a Niemcow 3800. W tym drugim założeniu, Francuzi z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami czynią 7000, ale Francuzi z Niemcami czynią tylko 5600, a powinni byli czynić 6000. Błąd tedy y tu popełniony jest na 400 przez mniejszość od Summy założoney, to jest — 400.

A że błędy chydwa są sobie podobne przez brak od Summy potrzebney. Zaczynam zmnożyć założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego $1600 \times 400 = 640000$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego $1800 \times 800 = 1440000$. Przewyżkę 800000 (bo $1440000 - 640000 = 800000$) dzielę przez 400, to jest przez Przewyżkę zachodzącą między błędami (bo $800 - 400 = 400$ a Wicioraz 2000 pokazuje liczbę Francuzow, Jeżeli tedy Francuzow było 2000, toć Szwaycarow musiałoby być 3000, a Niemcow 4000, a zatym podług zadanej kwestyi

kwestyi Francuzi z Szwaycarami $2000 \times 3000 = 5000$, Szwaycarowie z Niemcami $3000 \times 4000 = 7000$, Francuzi z Niemcami $2000 \times 4000 = 6000$.

Wszyscy zaś wraz wzięci Francuzi Szwaycarowie y Niemcy, czynią 9000.

Założenie pierwsze 1600 Błęd — 800

Założenie drugie 1800 Błęd — 400

Przewyżska Błędów 400

Produkt zaś: pier: z błędem.

założenia drugiego $1600 \times 400 = 640000$

Produkt zaś: dru: z błędem.

założenia pierwszego $1800 \times 800 = 1440000$

Przewyżska między Produktem 800000

Podzielenie Przew: Prod: przez Wieloraz

Przewyżskę Błędów $4 | 00 | 8,000 | 00 | 2000$.

Przeestroga I. Która zaś kwestya przez iedno proste założenie utatwiona bydz nie może, ale na rozwiązanie iey koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, następującym sposobem najlepiej poznać. Ilekolwiek do zadanej kwestyi przyłączona jest, iaka pewna, y determinowana liczba, którą do fałszywego założenia przydać potrzeba, tyle razy Reguła dwoiakiego założenia bydz ma zażyta. Tak w Przykładzie pierwszym tey Propozycyi liczby 5, y 10, które do uczynionego założenia przydać potrzeba, wskazuią że kwestya owa przez Regułę dwoiakiego założenia

łożenia rozwiązana być powinna. w Przykładzie drugim Uczniow 3, w Przykładzie trzecim Czerwony Złoty 1, w Przykładzie czwartym Francuzow z Szwajcarami, Szwajcarow z Niemcami, y Niemcow z Francuzami determinowana liczba, Regułę dwoiakiego założenia znaczą.

Nieprzeczę że są niektóre kwestye, które y w tym razie przez Regułę prostego założenia rozwiązać można, iaka jest kwestya y w Przykładzie drugim o Uczniach Pytagorcowych zadana, z tym wszystkim y między temi ieścze kwestyami różne zakładać excepcye, za rzecz mniey potrzebną sądzę, iedną powszechną między niemi ustanowiwszy różnicę, od ktorey przez partykularne uchylając się excepcye, nie zawżse moglibyśmy się błędu ustrzedz.

Przeſtroga II. Na to zaś w Regułach prostego, y dwoiakiego założenia, wzgląd naywiększy mieć potrzeba, ażeby za pierwsze założenia takich liczb dobierać, ktoreby były do ułatwienia uczynioney kwestyi nayzdatniejszy, y spełna na różne części, dzielić się mogące, bez Frakcyi. Inaczej albowiem trudności, y zamiatwania w Operacyach uchronićbyśmy się nie mogli. Procz tego potrzeba dobierać na pierwsze założenia liczb iak naymniejszy, czym w multiplikacyi, w znoſeniu, y w dywizyi, niemato sobie trudność oszczędzimy.

Prze-

Przeſtroga III. Demonſtracyą Reguł na
dwoiakié założenie podanych najwyżſſieſzą
mieć można z Algebry. Inne zaś Demon-
ſtracye, które Rachmiſtrze z kąd inąd alle-
gują, ſą nader długie, y zamiatwane, które
tu zatym pomiām.

PROPOZYCYA IX.

*Danym dwom liczbom, trzecią
liczbę proporcjonalną wynaleść.*

Muſtyplikuy drugą liczbę przez ſiebie
ſamę, czyli (co iedno ieſt,) zroć z
niey Kwadrat, a Produkt z tey muſtypli-
kacyi wypadający podzieliwſzy przez li-
czbę pierwſzą, za Wieloraz wyniknie trze-
cia liczba, danym dwom liczbom propor-
cyonalna. Niech będą *naprzykład* dane
dwie liczby z. 8, do których trzeciey li-
czby proporcjonalney ſzukam. Muſty-
plikuję 8×8 a produkt 64, podzieliwſzy
przez 2 mam 32, trzeci termin propor-
cyonalny gdyż $\frac{2}{8} = \frac{8}{32}$, bo iako 2 w 8,
tak 8 w 32, cztery razy ſpełna mieſci ſię.
Fundament tego maſz w Lemma I.

Przeſtroga. Jeżeli dane dwie liczby będą
między ſobą pierwſſe numeri inter ſe primi,
to ieſt, ieżeli ieden w drugim ſpełna kilkakroć
brać ſię nie może, tedy trzecią liczba pro-
por-

proporcjonalna, nie w samey liczbie Całkowitey, ale z przyłączoną Frakcyą wypadnie. Tak dawšy dwie liczby 2. 5, znajduię przez tę Propozycyą trzecią liczbę proporcjonalną $12 \frac{1}{2}$, to ieſt $12 \frac{1}{2}$.

PROPOZYCYA X.

Miedzy dwiema danemi liczbami, ſrzednią liczbę proporcjonalną wynaleſć.

Srzednia liczba proporcjonalna między dwiema danemi liczbami nazywa ſię ta, która tak ſię ma do iedney z liczb danych, iako wzajemnie druga z liczb danych ma ſię do niey. tak: żeby obydwie dane liczby były po kraiach, a liczba wynaleziona we ſrzedku między niemi znaydowała ſię, a zaty m raz wzięta była iako *Conſequens* względem liczby pierwſzey, drugi raz iako *Antecedens* względem liczby trzeciey.

Niech będą dane dwie liczby 4 y 16, między którymi ſzukam liczby ſrzedney proporcjonalney. Multyplikuy te dwie dane liczby między ſobą, a z Produktu wyciągnij Scianę Kwadratową, ta będzie oraz ſrzednim terminem między danemi
dwoma

dwoma liczbami proporcjonalnym. Tak $4 \times 16 = 64$, z tych 64 wyciągnąwszy Scianę Kwadratową 8, ta będzie między 4 y 16, średnim terminem proporcjonalnym to jest $:: 4. 8. 16$, bo iako 4. 8. tak 8. 16. Fundament tego masz. *n* Lemma I.

Przeestroga I. Jeżeli Produkt danych dwóch liczb nie jest rzetelny Kwadrat, ani Sciany Kwadratowej prawdziwey wyciągnąć z niego niemożna bez reszty, tedy między takimi liczbami średniej liczby proporcjonalney znaleźć żadną miarą nie można. Bo daymy naprzykład 2. 5, będzie tedy $2 \times 5 = 10$, a $10 = 3\frac{1}{2}$ przez Propoz: II Rozdziału III, a zatym bywały w Proporcji ciągnionej $:: 2. 3\frac{1}{2}. 5$, to jest fałsz. Bo zredukowawszy te wszystkie liczby do jednego Denominatora przez Prop: III Rozdz: II, będzie $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2}$, a przez Punkt III Propoz: IV Rozdz: IV 12. 19. 30, które terminy żadną miarą między sobą proporcjonalne być nie mogą.

Przeestroga II. Ze zaś każdy Kwadrat można brać, niby moltiplikowany przez iedno 1, zatym idzie, że Sciana Kwadratowa jest średnią liczbą proporcjonalną między iednym, y swoim własnym Kwadratem, tak 4 Sciana Kwadratowa 16, jest średnią liczbą proporcjonalną między 1, y 16, a zatym $:: 1. 4. 16$, są względem siebie w Proporcji ciągnionej. Bo $1. 4 :: 4. 16$.

PRO.

PROPOZYCYA XI.

Miedzy dwoma danemi liczbami, dwie liczby średnie proporcjonalne wynaleść.

Kwadrat pierwszey liczby danej multiplikuy przez liczbę drugą, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna, pokaże pierwiąż średnią liczbę proporcjonalną. Podobnież Kwadrat drugiey liczby multiplikuy przez pierwszą liczbę daną, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna pokaże drugą średnią liczbę proporcjonalną. Tak chcąc znaleźć między dwiema danemi liczbami z y 16, dwa terminy średnie proporcjonalne, *naprzod* 4 Kwadrat z 2 multiplikuy przez 16, a z Produktu 64 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 4, ta jest pierwiąż średnią liczbą proporcjonalną, *powtore* 256 Kwadrat z 16 drugiey liczby danej, multiplikuy przez 2, a z Produktu 32 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 8, ta jest drugą średnią liczbą proporcjonalną między 2 y 16. A zatym 2. 4. 8. 16. mają między sobą proporcya ciągnioną, gdyż iak się mają 2 do 4, tak się mają 4 do 8, a iak się mają 4 do 8, tak się mają 8 do 16.

Prze-

Przeſtroga. Jeżeli z Produktu Kwadra-
tu iedney liczby młtyplikowanego przez li-
czbę drugą, Sciany Sześciogranney bez Fra-
kcyi wyciągnąć nie można, tedy między ta-
kiemi liczbami ſrzednie liczby proporcjo-
nalne żadną miarą wynalezione bydź nie-
mogą, iako ſię w Przeſtrodze I po Propczy-
cy poprzedzającej powiedziało.

PROPOZYCYA XII.

*W ktorey czyni ſię zadoſyć nie-
ktorym potrzebnym Zadaniom
przez Reguły Arytmetyczne
w tym Rozdziale podane.*

ZADANIE I. Piotr winnym będąc Ja-
nowi 3432 Złotych, uſtępuje mu Ka-
mienicy, od ktorey naięcia brał corocznie
800 Złotych, pytam wiele lat Jan Kamie-
nieć owę w długi ſwoim wytrzymować
powinien?

Ułoż Regułę Proporcyi naſtępującym
ſpoſobem, ieżeli za Złotych 800 Kamie-
nica owa naymuie ſię na rok ieden, a za
Złotych 3432 na wiele lat naięta będzie?
 $800. 1 :: 3432. 4\frac{1}{5}\frac{2}{5}$. Czwarty termin
wypadający pokazuie że na lat 4 y dwa-
dzieſcia dziewięć ze ſtu części piątego ro-
ku, co czyni dni około 105.

ZA-

ZADANIE II. Kupiec łożył Czerwonych Złotych 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na Kapitale swoim Czerwonych Złotych 80, pytam za jaką cenę łokieć ieden przedawać powinien?

Złącz zysk założony 80 z pieniędzmi złożonemi na towar 80x500 = 580, a potym ułoż Regułę Proporcyi tak: Jeżeli za łokci 400 chcę mieć Czerwonych Złotych 580, coż będę miał za łokieć 1? y wypadnie coś mniej nad pułtora Czerwonego Złotego:

400. 580 :: 1. 1 $\frac{1}{2}$.

ZADANIE III. Pewny Pan sprzedał Pałac za Czerwonych Złotych 9072, za który był zapłacił Czer: Zł: 8400, pytam ile na każdym stu zyskał?

Ułoż Regułę Proporcyi tak: jeżeli 8400 wniosły 9072, coż wniosło każde 100? y wypada za czwarty termin proporcjonalny 108. Na każdym tedy stu zyskał Cz: Złotych 8:

8400. 9072 :: 100. 108.

ZADANIE IV. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerwonych Złot: 660, to jest na Rok każdy Czerwon: Zł: 220. Z tym wszystkim Summę tę ofiaruje się natychmiast kredytorowi oddać, jeżeliby

N

mu

mu 10 na każdym 100 relaxował; pytam ile wypłacić będzie powinien?

Przyłącz zysk 10 do 100 = 110, a Regułę Proporcji powtarzając trzy razy. (ile jest lat) mów: *naprzód* jeżeli 110 zamienia się w 100, czyli *przez Propoz.* IV tego *Rozdziału* Jeżeli 11 zamieniają się w 10, w coż się zamienia pierwszego Roku 220, y masz 200. *Powtore.* Jeżeli 11 zamieniają się w 10, w coż się zamienia drugiego Roku 200? y masz $181\frac{2}{11}$. *Potrzenie.* Jeżeli 11 zamieniają się w 10, w coż się zamienia trzeciego Roku $181\frac{2}{11}$? y masz $165\frac{14}{11}$. Zbierz teraz wszystkie trzy, które wypadły czwarte terminy proporcjonalne, to jest $200 + 181\frac{2}{11} + 165\frac{14}{11}$, a te pokażą Summę Czerwonych Zł: $547\frac{16}{11}$, którąby podług założoney kondycyi Jan Pawłowi powinien wypłacić.

Przeştroga I. Pomniy że w tej y w innych tego rodzaju kwestyach, nie można mówić, jeżeli 100 zamieniają się w 90, w coż się zamienia 220? ale potrzeba koniecznie dodać zysk 10 do 100, gdyż w tym razie o nic więcej nie idzie, tylko o zniesienie prowizyi. Z tej przyczyny też prowizya 10 dodaje się do Kapitału 100, ażebyśmy mieli 110 pierwszy termin Reguły złotey.

ZADANIE V. Bierze kto na kredyt Czerwonych Zł: 500 z prowizyą 10 od 100 na

na Rok, z tą kondycją: że jeżeli nie wypłaci coroczney prowizyi, ta będzie wchodzić w Kapitał, z nową od niey y od K. pitału razem prowizyą. Stało się że przez całe trzy lata nie niewypłacił, pytam się ile mu Kapitału owego razem z prowizyą od prowizyi urosło?

Przyłącz 10 do 100, masz 110, toż przez Regułę Proporcyi mow: *naprzód* jeżeli za Czerwonych Złotych 100. należy się Czerwonych Złotych 110, czyli jeżeli za 10 należy się 11, coż za 500? y masz 550. to jest 500 Kapitału, 50 Prowizyi. *Powtórę*. Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 550? y masz 605. *Potrzącie*. Jeżeli za 10. należy się 11, coż za 605? masz $665\frac{1}{2}$ Summę, którą za Kapitał, za prowizyą od Kapitału, y za prowizyą od prowizyi, po trzech leciech wypłacić potrzeba będzie.

Ztąd wniesiesz że Kapitał dany, iaki tu jest 500, y Summy następujące przez Regułę Proporcyi wynalezione, są względem siebie w Proporcyi ciągnionej, tak: 500. 550. 605. $665\frac{1}{2}$, gdyż między wszystkiemi też sama zachodzi Proporcya, co między 10, y 11.

Przeştroga II. Prowizya o ktorey w tym ostatnim Zadaniu mowa była, rzeczona lichwa od lichwy, czyli lichwa żydowska, Prawem jest zakazana.

ROZDZIAŁ V.

O Progressyach, czyli skokach Arytmetycznych, y Geometry cznych, y o ich Regułach. De Progressionibus Ari- thmeticis & Geometricis.

Progressya czyli skok w liczbach nie in-
nego nie jest, tylko nieprzerwany sze-
reg liczb wielu, w iedneyże do siebie bę-
dących proporcji, y tenże sam względ do
siebie mających. Jeżeli więkzość, lub
mniejszyść, *excessus vel defectus*, ktorem
się terminy ciągnących się liczb, wiążą
między sobą, będą też same, równe, y ie-
dnoltayne, iako *na przykład* 1, 3, 5, 7, 9.
gdzie k żdy termin następujący dwoma
jest wię. tzy nad poprzedzający swój ter-
min, alboli też 15, 12, 9, 6, 3, gdzie ka-
żdy termin następujący trzema jest mniej-
szy od terminu poprzedzającego, tedy
Progressya takowa zowie się skokiem, czyli
Progressya Arytmetyczną, *Progressio Ari-
thmetica*. Jeżeli zaś terminy owe, mają
między sobą ciągnioną Proporcję Geome-
tryczną, tak iak się w poprzedzającym

Rozdziale

Pozdziale powiedziało, tedy względ ten między niemi nazywa się skokiem, czyli Progressyą Geometryczną, *Progressio Geometrica*.

Reguły obywu tych Progressyi, z których o każdej z osobna mówić będziemy, do tego naywięcej zmierzają, ażeby wszystkich, ilu kolwiek byź ich może terminow izereg, krótko y bez naprzykrzoney w przydłuższych Rachunkach tętnicy, w jedną Summę znośić umieliśmy.

O Skokach czyli Progressyach Arytmetycznych.

De Progressionibus.

Arithmeticiis.

LEMMA.

LEMMA I. W Progressyi Arytmetyczney z ilu kolwiek terminow składającej się, Summa terminow krajnych, to jest zebranie w jedną kwotę pierwszego y ostatniego terminu, równa się Summie dwóch terminow, od tychże krajn równie odległych. Tak w sześciu następujących terminach Progressyi Arytmetyczney

$$1, 3, 5, 7, 9, 11,$$

$$1+11=3+9=12,$$

$$1+11=5+7=12.$$

LEM-

LEMMA II. W Progresyji Arytmetyczney, w ktorey terminy nie są do pary. Summa kraynych terminow, albo dwu, ktorychkolwiek terminow, rownie o krayn swoich odległych, dwa razy większa jest nad termin średni. Tak w następującej Progresyji

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,

Summy 1 a 13, 3 a 11, 5 a 9, zawsze dwakroć są większe od 7, liczby w samym środku danej Progresyji będącej.

LEMMA III. W każdej Progresyji Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty zamyka w sobie, termin pierwszy to jest termin najmniejszy, y przewyżkę, która między terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminow od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującej Progresyji.

1, 3, 5, 7, 9, 11,

Termin czwarty tej Progresyji 7, zamyka w sobie pierwszy termin 1, y przewyżkę 2, która w tym razie między terminami zachodzi, trzy razy wziętą, tak: $7 = 1 + 2 + 2 + 2 = 7$. Podobnymże sposobem 9, termin piąty, zamyka w sobie pierwszy termin 1 y przewyżkę 2 cztery razy wziętą, bo $9 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9$, rownie y 11 termin szósty, zamyka w sobie termin pierwszy 1, y przewyżkę 2 pięć razy wziętą bo $11 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 11$. Z tad

Ztąd wnies, że jeżeli przez przewyżkę między terminami w Progressyi Arytmetyczney zachodzącą, zmnożyliśz liczbę terminow wszystkich procz pierwszego, a do Produktu dodasz termin pierwszy najmniejszy, tedy wypadnie największy termin w owej Progressyi. Tak w poprzedzającym Przykładzie przez przewyżkę 2, zmnożyliśz liczbę terminow których jest procz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy najmniejszy termin 1, będziesz miał 11, termin największy w owej Progressyi, bo $2 \times 5 = 10$, a $10 + 1 = 11$.

PROPOZYCYA I.

Gdy dane będą, najmniejszy y największy, to jest pierwszy y ostatni w Progressyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, znaleźć wszystkich owych terminow Summę generalną.

Złącz termin najmniejszy z największym, a Summę zmnożyliśz przez połowę wszystkich terminow, Produkt ztąd wynikający pokaże Summę generalną całej owej progressyi. Przy-

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin na Zegarze, zaczawszy od pierwszej aż do dwunastej, w którym biciu zegarów jest Progressya Arytmetyczna liczb naturalnym porządkiem idących 1, 2, 3, 4, 5, &c. W tej Progressyi najmniejszy termin jest 1, największy 12, wszystkich terminow Progressyi jest także 12. Zatem podług Reguły wyżej podanej, najmniejszy termin 1, złączymy z największym terminem 12, mam 13, którą Summę zmultiplikowawszy przez połowę terminow wszystkich, to jest przez 6, 13×6 , produkt 78, wskazuje wszystkie uderzenia godzin na zegarze od pierwszej, aż do dwunastej, Produkt ten 78 podwoiwszy, mam uderzenia na zegarze przez cały dzień naturalny $78 \times 2 = 156$.

Reguła ta gruntuje się na *Lemma I*, przez które, że Summa terminow kraynych równa jest którymkolwiek dwóm terminom od tychże krajów równie odległym, z tej przyczyny, Produkt z pierwszego y ostatniego terminu, przez połowę terminow zmultiplikowanego, koniecznicie równy być musi Summie wszystkich terminow w progressyi będących, moltiplicacya albowiem nic innego nie jest, tylko Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd

Z tąd wnies, że ieczce Summę całej Progressyi Arytmetyczney będziesz miał, *naprzod* ieczeli przez połowę Summy z pierwszego y ostatniego terminu zebranej, liczbę wszystkich terminow zmultiplikujesz. *Powtore.* Jeżeli Summę pierwszego y ostatniego terminu, przez całą liczbę terminow zmultiplikowawszy produkt, podzielisz przez 2. *Potrzenie.* A że w Progressyi Arytmetyczney terminow nieparzystych, termin średni rowny iest połowie Summy z pierwszego y z ostatniego terminu zniesionej, podług *Lemma II*, ztąd idzie, że przez termin średni zmultiplikowawszy liczbę terminow nieparzystych, produkt da Summę wszystkich terminow Progressyi.

PROPOZYCYA II.

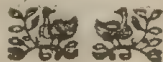
Gdy dane będą, termin *naymniejszy y naywiększy*, y *liczba terminow w Progressyi Arytmetyczney*, znaleźć przewyszkę, między terminami owej Progressyi.

Od *naywiększego terminu* odciągnij termin *naymniejszy*, a resztę podziel

liwszy

liwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, Wieloraz wskaże przewyżkę między terminami progressyi. Tak w Przykładzie z poprze: *Propozycyi*, o uderzeniach zegaru od pierwszej do dwunastej, od największego terminu 12, odciągnij termin najmniejszy 1, a resztę 11 podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, to jest przez $12 - 1 = 11$. Wieloraz 1, pokazuje przewyżkę w progressyi tej zachodzącą, to jest: że każdy następujący termin od terminu poprzedzającego iednym jest większy.

Fundament tej prawdy gruntuie się na *Lemma III*. Bo 12 zamyka w sobie najmniejszy termin 1, y procz tego przewyżkę tyle razy wziętą, ile jest terminow w progressyi, zaczawszy od 1, aż do 12, to jest 11, a zatym odciawszy termin najmniejszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile jest terminow progressyi, zmniejszonych iednym 1, z tej przyczyny resztę owę podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, przewyżka między terminami zachodząca wypaść powinna.



PROPOZYCYA III.

Gdy dane będą, termin najmniejszy, przewyszka, y liczba terminow, znaleźć termin największy.

Przez przewyszkę moltiplikuy daną liczbę terminow iednym zmniejszoną, a do produktu dodawszy termin najmniejszy, Summa ztąd wynikająca będzie największym terminem.

Przykład. Hetman pewny zdobycz przydobyciu Miasta wziętą, każe dzielić między 40 żołnierzy, którzy pierwsi wpadli do Fortecy, z tą kondycją: ażeby ostatni wziął Czerwo: Złotych 100, przed ostatni 130. trzeci od końca 160. y tak daley w progressyi z przewyszką 30, pytam ile pierwszemu z nich przypadło? W tym Przykładzie najmniejszy termin iest 100, Przewyszka 30, liczba terminow 40, zmoltiplikowawszy tedy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, to iest przez 39 przewyszkę 30, a do produktu 1170, przydawwszy termin najmniejszy 100, masz w progressyi tey, termin największy 1270, ile Czerwo: Zło: pierwszemu z owych 40 żołnierzy w nadgodę dostało się. Fundament tego masz w Lemma III.

PRO.

PROPOZYCYA IV.

*Gdy dane będą, termin nay
mniejszy, y termin naywiększy,
y przewyszka między terminami,
znaleść liczbę wszystkich termi-
now w progressyi Arytmetyczney.*

Od terminu naywiększego odciągnij
termin naymniejszy, a resztę podzie-
liwszy przez przewyszkę, Wieloraz jednym
powiększony liczbę wszystkich terminow
pokaże.

*Przykład pierwszy. Zakupił kto pewną
liczbę Xiąg tak: że za pierwszą Xiągę
płacił groszy 2, za drugą groszy 4, za trze-
cią groszy 6, y tak daley w progressyi
przez 2. rosnącej, za ostatnią zapłacił gr:
400, pytam, ile Xiąg zakupił? Odciągnij
naymniejszy termin 2, od terminu nay-
większego 400, a resztę 398, podzieliwszy
przez przewyszkę 2, wypada Wieloraz 199,
ktory powiększywszy jednym małż 200 li-
czbę wszystkich terminow, to jest Xiązek
ktorey szukałeś.*

Przy-

Przykład drugi. Pewny Rzemieślnik zgotował się od roboty tak: żeby mu od niego pierwszego dnia płacono groszy 20. drugiego groszy 25. trzeciego groszy 30. y tak daley w progressyi przez przewyżkę 5 rosnący. Stało się, że dnia ostatniego skończywszy robotę wziął groszy 165; pytam ile dni na owej robocie strawił? Odciągnij termin najmniejszy 20, od terminu największego 165, a resztę podziel przez przewyżkę 5. y do Wieloraz 29. przydawszy 1, masz 30 liczbę terminow. czyli dni na owej robocie strawionych. Fundament tej Própozycyi masz z *Lemma III.*

O skokach czyli Progressyach Geometrycznych, De Progressionibus Geometricis.

LEMMA IV. W każdej Progressyi Geometryczney, jeżeli którykolwiek termin przez siebie samego zmnożony będzie, a produkt podzielony, przez pierwszy termin progressyi, Wieloraz ztąd wynikający, będzie terminem dwa razy daley odległym od terminu pierwszego, niżeli termin ow. przez siebie samego zmnożony.

83)(206)(83-
kowany. Tak w następującej Progresyji
Geometrycznej:

2, 4, 8, 16, 32.

termin trzeci 8, zmultiplikowawszy przez
siebie, a produkt 64 poźieliwszy przez
pierwszy termin 2, maż Wieloraz 32.
ktory termin dwakroć odlegleyszy jest od
terminu pierwszego 2, niżeli termin 8
przez siebie moltiplikowany. Wszakże od
2 do 8 dwa, a od 2 do 32 cztery miey-
scia zachodzą. Bo termin 32, jest trzeci
termin proporcjonalny do dwóch termi-
now 2 y 8 przez *Propozycyą X. Rozd. IV.*
A zatym 32, tyle razy zamyka w sobie 8
(to jest dwa razy termin pośrzedniczy 16)
ile razy 8 zamyka w sobie 2, (to jest dwa
razy termin pośrzedniczy 4.) Więc że 32
tyle odległe jest od 8, ile 8 odległe jest od
terminu pierwszego 2, to jest miejscami
dwoma, przeto 32 dwa razy tylu miey-
scami odległe jest od pierwszego terminu
2, ilu miejscami 8, raz odległe jest, od
tychże 2, terminu pierwszego.

Ztąd idzie, że jeżeli pod każdą Pro-
gresyją Geometryczną napisane będą li-
czby porządkiem naturalnym, zaczynając
od Cyfry, tak: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. tedy
każdy w progresyji owej termin, który
wypada z podzielenia przez termin pier-
wszy, produktu z moltiplikacyi ktorego-
kolwiek

kolwiek terminu przez siebie samego, będzie miał pod sobą numer dwakroć większy od numeru, pod terminem przez siebie zmultiplikowanym, leżącego. Tak w wyrażoney wzwyż Progresyi Geometryczney, napisałwszy pod każdą progresyą liczbę naturalne, zaczynając od Cyfry:

2, 4, 8, 16, 32.

0, 1, 2, 3, 4.

termin ostatni 32, ma pod sobą figurę 4, dwakroć większą nad 2, pod ósmią leżącą.

Numery te pod terminami Progresyi Geometryczney położone, które zowią się Wskazujące, *Exponentes, vel indices progressionis*, wskazują, iak daleko każdy termin odległy jest, od terminu pierwszego. Wskazują zaś miejsce, czyli liczbę terminów progresyi iednym zmniejszoną. Tak 32, których *Exponens* jest 4, są piątym terminem w progresyi. Co proszę pomnieć.

LEMMA V. W każdej Progresyi Geometryczney, jeżeli dwa iakiekolwiek terminy z sobą zmultiplikowane będą, a produkt podzielony przez pierwszy termin progresyi, za Wieloraz wypadnie termin, tylu miejscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności, zamykają w sobie *Exponentes*, obydwu terminów zmultiplikowa-

wa-

wanych, razem wzięte. Tak w następującej progressyi:

5. 10. 20. 40. 80. 160 &c.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

multiplikując z sobą dwa ktorekolwiek terminy np. 10×40 , a produkt 400 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mażn Wieloraz termin 80, który w tej progressyi czterema miejscami od pierwszego terminu jest odległy, iako to wskazują *Exponentes* multiplikowanych przez się terminow $1 \times 3 = 4$.

Ztąd wnies, że do wynalezienia ktoregokolwiek w danej progressyi terminu, potrzeba między sobą dwa terminy w owej progressyi takie multiplikować, których *Exponentes* wraz wzięte zamykałyby w sobie tyle iedności, *unitates*, iednym zmniejszonych, ile ich zawiera liczba, w ktorej termin ma być, ktorego szukasz, a produkt ztąd wynikający podzieliwszy przez termin pierwszy, Wieloraz będzie owym terminem, ktorego szukasz. Tak w danej wyżej progressyi, szukając terminu szóstego, pod którym ma być *Exponens* 5, multiplikuy 20 przez 40, pod ktoremi *Exponentes* będące, czynią 5, toż produkt 800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, maż 160 termin szósty w danej Progressyi.

PRO-

PROPOZYCYA V.

Gdy dane będą, termin nay-
mnieyszy, y naywiększy, y De-
nominator (*) teyże Progressyi
Geometryczney, znaleźć ile wy-
nosi Summa generalna wszy-
stkich owych terminow
wraz zebranych.

Od terminu największego odciągnij
termin najmnieyszy, a resztę po-
dzieliwszy przez Denominatora Progressyi
jednym zmniejszonego, Wieloraz złącz
z terminem ostatnim, a te na ow czas
wszystkich terminow w progressyi owej
będących Summę pokażą.

Przykład. Ustępuje kto konia przyia-
cielowi ukowanego na cztery nogi, z tą
tylko kondycją, aby mu zapłacił same
ufnale, których znajduje się w podkowach
32, a to w ten sposób: ażeby za pierwszy

O
ufnal

(*) Denominator Progressyi, jest to, po czym poznaie-
my względ proporcji między liczbami w progressyi o-
wey będącemi, zachodzący, to jest. czyli proporcya jest
podwoyna, czy potroyna, &c.

ufnal zapłacił grosz 1, za drugi groszy 2, za trzeci groszy 4, za czwarty groszy 8. y tak daley zawsze w podwoyney proporcyi Geometryczney, pytam iaka iest Summa groszy za wszystkie ufnałe w tey progressyi zapłaconych?

Za ufnał ostatni, to iest 32, w progressyi przypada groszy 2147483648, od tego ostatniego terminu w progressyi odciągnij termin pierwszy 1. a resztę 2147483647 podzieliwszy przez Denominatora progressyi iednym zmniejszonego, to iest przez 2 — 1, że 1 liczb nie dzieli, maż za Wieloraz też samę Summę 2147483647, do ktorey przydawłzy ostatni termin w progressyi, to iest Summę groszy za ufnał ostatni przypadającą, wypadnie 2147483647 + 2147483648 = 4294967295. Summa groszy za wszystkie ufnałe należących się, którą podzieliwszy przez 30, będziesz miał cenę owego konia Zł: Polskich 143165576, y groszy 15.

Demonstracya. W każley Progressyi Geometryczney, iak się ma Denominator progressyi iednym zmniejszony, do iednego, tak się ma naywiększy termin, naymniejszym terminem zmniejszony, do Summy ze wszystkich terminow w progressyi zabranych, wyjąwszy tenże sam termin ostatni. Tak dawłzy *naprzykład* następującą

iącą Progresyą Geometryczną w propor-
cyi potroynę, *in proportionē triplā* 3. 9
27. 81. 243, będzie się miał Denominator
3, zmniejszony iednym, do 1, to jest, 2. 1,
jak się ma termin naywiększy zmniej-
szony terminem naymniejszy, to jest
 $243 - 3 = 240$, do całej Summy progresyi,
wyrzawszy tenże sam ostatni termin to jest,
do $3 \times 9 \times 27 \times 81 = 120$

2. 1 :: 240. 120.

a zatem podzieliwszy 240 przez 2, masz
120; do tych 120 dodawszy ostatni ter-
min 243, masz 363, Summę wszystkich
terminow w owej progresyi będących,
 $120 + 243 = 363$.

Prześtroga I. Progresyi podwoynę za-
czynającej się, od iednego 1, krotszym spo-
sobem całą Summę znajdzieś, podwoiwszy
ostatni termin, a od produktu odciawszy 1.
Tak w Przykładzie pierwszym tej Propo-
zycyi, podwoy ostatni termin 2147483648, a
od produktu 4294967296, odciawszy 1,
masz 4294967295, też samę Summę, co y
przedtym. Przyczyna tego oczywista jest:
bo Denominator iednym zmniejszony jest 1,
które dzielić liczb nie może. Zaczyn do
Wielorazu dodać w tym razie, ostatni termin
nic innego nie jest, tylko wziąć go dwa ra-
zy, czyli podwoić.

Przeſtrogą II. Z Progreſſyi podwoyney
zaczynaiącey ſię od 1, 1. 2. 4. 8. 16. 32. &c.
wynikają liczby, rzeczzone liczby doſkonale,
numeri perfecti, dla tego, że wſyſkim ſwoim
częściom, ſpełna podzielić ie mogącym, ſą
rowne, iako 6. 28. 496 &c. Wynikają zaś
tym ſpoſobem, naprzod, dodają ſię porząd-
kiem terminy podwoyney Progreſſyi, poki aż
ich Summa nie uczyni liczby pierwſzey, nu-
merum primum, to ieſt, liczby takiej, ktorey
nie na rowne części, procz iednego 1 po-
dzielić nie może, to ieſt $1 + 2 = 3$. $1 + 2 + 4 = 7$.
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$. Powtore.
Liczba ta pierwſza, naprzykład 3, albo 7,
albo 31 mulytyplikuie ſię przez liczbę na ſa-
mym końcu dodaną, a dopiero z produktu
ich wynika liczba doſkonala, numerus perfe-
ctus. Jako w danym Przykładzie $3 \times 2 = 6$,
 $7 \times 4 = 28$, $31 \times 16 = 496$. Tymże ſpoſobem
y inne liczby doſkonale ſtają ſię, ktorych bar-
dzo mało ieſt, iako, y innych w naturze rze-
czy, ktoreby ſię zupełnie doſkonalemi na-
zwać mogły. Bo biorąc do dzieſiątka, taka
liczba ieſt tylko iedna 6, biorąc do ſta, 28,
biorąc do tyſiąca, 496, do dzieſięciu tyſięcy
8128. Wſyſkie zaś liczby takowe kończą
ſię na 6, lub na 8.



PROPOZYCYA VI.

Gdy danych będzie kilka terminow Progressyi Geometryczney, znaleźć, którykolwiek inny termin następujący w teyże progressyi, nie dochodząc nawet terminow średnich między nim, a danemi terminami zachodzących.

Niech będą dane *naprzykład* następujące terminy w Progressyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

w ktorey progressyi chcę znaleźć termin dwudziesty. *Exponens* iego będzie 19, to jest liczba jednym mnieysza od liczb progressyi, przez *Lemma* IV. Biorę teraz którykolwiek termin tey progressyi, *naprzykład* 80, położony na mieyscu piątym, a od mieysca pierwszego odległy czteroma mieyscami, toż zmnożyłem go przez się, to jest 80×80 , Produkt 6400 dzielę przez pierwszy termin 5, Wieloraz 1280, dwa razy od terminu pierwszego odle-

odlegleyfzym będzie, niżeli 80, to iest ośmiu mieyfcami, y będzie położony na mieyfcu dziewiątym, a *Exponens* iego będzie 8, przez *Lemma IV*.

Weś znowu, dopiero wynaleziony termin dziewiąty 1280, y moltiplikuy go przezeń samego, to iest 1280×1280 , a produkt 1638400, podzieliwizy przez termin pierwszy 5, Wieloraz 327680 będzie terminem w teyże samey progressyi dwarziy odlegleyfzym od terminu pierwszego, niżeli termin dawniey wynaleziony 1280, to iest szesnastu mieyfcami, y będzie położony na mieyfcu siedmnaftym, a *Exponens* iego będzie 16. Ze zaś 16 *Exponens* terminu siedmnaftego od 19, *Exponens* terminu dwudziestego, ktorego szukam, różni się przez brak, *per defectum* 3, zaczym moltiplikuy ten termin siedmnafty już wynaleziony, przez termin taki, ktorego w tey progressyi *Exponens* iest 3, to iest 327680×40 , a Produkt ztąd wypadający 13107200, podzieliwizy przez termin pierwszy 5; Wieloraz 2621440, będzie terminem w daney progressyi dwudziestym, a *Exponens* iego będzie 19.

Demonstracya tey *Operacyi* iest bardzo nadna, i: k: z poprzedzających *Lemmaton* IV, y V oczywiscie wynikająca.

Ztąd

Ztąd wnies, że toż samo jest szukać w danej progressyi terminu 20, co szukać terminu takiego, ktoregoby *Exponens* był 19, jednym mnieyszy nad termin ktorego szukam.

PROPOZYCYA VII.

Zamykająca w sobie kilka ciekawych z Progressyi Geometryczney Zadaniow.

ZADANIE I. Gdyby z iednego ziarna Pszenicy wsianego, więcey nad sto ziarn każdego roku niewyrosto, pytam ile zboża, z iednego ziarna pszenicy za lat 10 mogłoby się rozmnożyć?

Progressya Geometryczna w tym razie jest setna. Zaczynam pierwszego roku byłoby ziarn 100, drugiego 10000, trzeciego roku 1000000, y tak daley w progressyi przez 10 rosnącey. Znaydziy przez *Prop. poprze:* dziesiąty termin w tej progressyi, to jest 100000000000000000000, a odciągnąwszy od niego termin pierwszy 100, resztę podziel przez Denominatora Progressyi iednym zmniejszonego, to jest przez 99. Toż do Wieloraza z tej dywizyi

pierwszą dano Taler bity 1, za drugą 2 Talery bite, za trzecią 4, za czwartą 8, y tak daley, zawsze w progressyi podwoyney, chcę wiedzieć, ile Talerow bit: za te wszystkie Wsi daćby potrzeba?

Na termin pięćdziesiąty tey progressyi przypadnie cena Wsi ostatney Taler: bit. 562949953421312, Summę tę podwoiwszy, a od podwoionej odciawszy termin pierwszy 1, masz Summę wszystkich Talerow bitych 1,125.899.906.842,623, to jest: tysiąc sto dwadzieścia pięć Bilionow. ośm set dziewięćdziesiąt dziewięć tysięcy Milionow, dziewięć set, sześć Milionow, ośm set czterdzieści dwa Tysiące, sześć set dwadzieścia, y trzy Talerow bitych, iakiey Summy, najpotężniejszy na świecie Monarcha zapłacićby niepotrafił.

ZADANIE IV. Scheramus Krol Jndyi, pewnemu Jndyckowowi imieniem Dahir, który wynalazł grę Szachow, dał na wybór obrania sobie iakiey chce nagrody. Ow o nic więcej nie prosił, tylko ażeby mu iedno ziarno Pszenicy na pierwszym Kwadracie w Szachownicy położone, w Proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy Kwadrat dawano, aż do ostatniego, to jest do 64 Kwadratu. Bardzo mała rzecz owa zdała się być Krolowi, lecz gdy Arytmetycy w rachunki Pszenicy

owey

owey weszli, pokazało się, że ani w Państwie owego Króla, ani na całym świecie, tak wiele Pszenicy znaleźć się nie może. to jest: 18,446,744,073,709,551,615. Doświadczenie tej prawdy masz z *Propozycji V. y VI tego Rozdziału.*

ROZDZIAŁ VI.

O Liczbach Łamanych Dziesiętkowych. De Fractionibus Decimalibus.

Definicje, czyli Opisanie gruntowne.

DEFINICJA I. Liczby łamane, dziesiętkowe są te, których Denominator w Proporcji dziesiętkowej zaczyna się od iednego 1, postępują, to jest: 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. Tak imaginując sobie jaką miarę, *na przykład stopę, łokieć, funt, albo linię prostą*, na dziesięć części równych podzieloną, gdy znowu każdą z tych pierwszych części na dziesięć innych części, a każdą z drugich, znowu na dziesięć innych nowych części podzieloną weźmiemy, y tak daley, ile się komu podoba, z podziału tego wynikają Frakcye dzie-

— 23) (219) (23 —

dziesiątkowe, setne, tysięczne, sto tysięczne, &c. które inaczej zowią się części pierwsze, części drugie, trzecie, czwarte. *Prima, secunda, tertia, quarta, &c.* Dla rozeznania ich kładą się nad nimi znaki liczbą Kościelną I, II, III, IV, V, a nad liczbami Całkowitemi kładą się Cyfry o. Tak następująca Frakcyja dziesiątkowa

a I II III IV
5 8 6 4 2

znaczy pięć rzeczy iakich Całkowitych. np. pięć stop, y ośm pierwszych, sześć drugich, cztery trzecich, dwie czwarte części, szostey stopy. Lubo dosyć iest nad ostatnią figurą znak położyć, a liczby całkowite punktem przy początku odstrychnąć, tak *napr.* 5. 8 6 4 2, która Frakcyja toż samo znaczy, iak gdybym napisał:

$$5 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{10000} = \frac{58642}{10000}$$

Szczegulnie tedy dla wygody, y dla skrócenia trudności zachodzącej w rachunkach, dziesiątkowe te Frakcyje piszą się nakształt liczb Całkowitych, bez Denominatora sposobem wzwyż opisanym to iest:

^{IV}
5. 8 6 4 2.

Przeestroga I. *Kreski tedy owe, czyli znaki dziesiątkowe, które się liczbą Kościelną*
nad

nad numerami kładą, zastępują miejsce Denominatorow, tak w następującej Frakcyi

$\frac{1}{5} \frac{11}{8} \frac{111}{64}$

kreska I. znaczy Denominatora 10, kreski II. znaczą Denominatora 100, kreski III. znaczą Denominatora 1000 &c. właśnie tak gdyby Frakcyje owe ordynaryinie tak napisane były: $\frac{1}{10} \frac{11}{100} \frac{111}{1000}$

Przeestroga II. A zatym dziesiętkowce Frakcyje bardzo łatwo redukują się do jednego Denominatora, dodawszy na końcu ich tyle Cyfer kreskami dziesiętkowymi oznaczonych, ile potrzeba będzie. Tak gdy Frakcyą dziesiętkową $3 \frac{1}{5}$ chcesz redukować do części drugich, to jest do setnych, lub do części trzecich, to jest do tysięcznych, lub do części czwartych, to jest do dziesięć tysięcznych, setne będziesz miał, przydawszy na końcu danej Frakcyi cyfrę z dwoma kreskami tak:

$3 \frac{11}{50}$; Tysięczne będziesz miał, przydawszy na końcu danej Frakcyi dwie cyfry z trzema

kreskami nad ostatnią, tak: $3 \frac{111}{500}$, dziesięć tysięczne będziesz miał, przydawszy na końcu danej Frakcyi trzy cyfry z czterema kre-

skami nad ostatnią, tak: $3 \frac{1111}{5000}$. Bowtakowym razie cena danych Frakcyi, bynajmniej się nie odmienia, gdyż $5 \frac{1}{5} = 50 \frac{1}{50} = 500 \frac{1}{500}$, y tak dalej.

Prze-

Przeſtroga III. Jeżeli liczbie Całkowitey ilekolwiek cyfer z znakami dziesiętkowemi dodaſz, wewnątrzny icy waloꝝ bynaimniey ſię nie odmieni, tak gdy do 3 dodaſz 0 0 0 ^{III}

3. 0 0 0 waloꝝ trzech bynaimniey ſię nie odmienia, zawsze albowiem te 3 znaczą trzy ^{III} szczyt takie całkowite np. Złota. Bo 3. 0 0 0 ^{III} 3 0 0 = 3.

Przeſtroga IV. Przed Frakcyami dziesiętkowemi, w których nie maſz liczby całkowitey, kładzie ſię na początku cyfra 0, tak Frakcyja naſtępująca $\frac{1}{10}$ piſze ſię 0. 8. Frakcyja $\frac{24}{100}$ piſze ſię 0. 24 ^{II} Frakcyja $\frac{25}{100}$ piſze ſię 0. 7 2 5, ^{III} czym waloꝝ ſwego bynaimniey nie odmieniaią.

DEFINICYA II. W Frakcyach dziesiętkowych, liczby zowią ſię tegoż ſamego gatunku, czyli tegoż ſamego ſtopnia, których też ſame ſą Denominatory, czyli też ſame kreski. Tak w naſtępujących dwóch dziesiętkowych Frakcyach, pierwſzey

^I 0. 5 ^{II} 6 ^{III} 7 ^{IV} 9, drugiey 0. 0 4 5. Frakcyje 6 y 4, tudzież 7 y 5, zowią ſię iednego ſtopnia, gdyż nad obiema, iednakowe kreski, czyli tenże ſam ieſt Denominator, tak właſnie, iak gdyby pierwſze Frakcyje były $\frac{6}{100}$ y $\frac{7}{100}$, a drugie $\frac{4}{100}$ y $\frac{5}{100}$.

DEFINICYA III. Progreſſya dzieſiątkowa przerwana, *Progreſſio decimalis interrupta*, zowie ſię ta, w ktorey znaydują ſię *naprzykład* części tyſięczne, ale części ſetnych, lub dzieſiątkowych żadnych nie-

maſz, iako *naprzykład* 4. 2 5, gdzie części ſetnych, y tyſięcznych nie maſz. Mieyſca atoli, na ktorych te ſetne, y tyſięczne części znaydowaćby ſię powinny, ſpełniaią

ſię cyframi tak: 4. 2 0 0 5, podobnież

3. 5 7 3. 05007. Tudzież 3. 005. a 3 3 1000 3. 0045, zawsze albowiem

tych Frakcyi, tenże ſam ieſt walor, iako to już wPrzeſt: II y III powiedziało ſię.

PROPOZYCYA I.

Frakcye dzieſiątkowe, dodawać, y odcigać. Decimales addere, & ſubtrahere.

Frakcye dzieſiątkowe, ktore maſz zbierać, lub odcigać, tak *naprzod* uſożyć potrzeba, ażeby liczby z jednakowemi Denominatorami wzaiemnie ſobie koſpondowały przez *Defin: II*, a ieżeli progreſſya między niemi będzie przerwana, iako

Przykłady Subtrakcyi.

Przykład pierwszy.

$$\begin{array}{r} \text{Liczba większa} \quad 4. \overset{\text{III}}{5} \overset{\text{III}}{7} \overset{\text{III}}{2} \\ \text{Liczba mniejsza} \quad 1. \overset{\text{II}}{2} \overset{\text{II}}{9} \\ \hline \text{Reszta} \quad 3. \overset{\text{III}}{2} \overset{\text{III}}{8} \overset{\text{III}}{2} \end{array}$$

Przykład drugi.

$$\begin{array}{r} \text{Liczba większa} \quad 7. \overset{\text{I}}{4} \overset{\text{III}}{2} \overset{\text{III}}{2} = 7. \overset{\text{III}}{4} \overset{\text{III}}{0} \overset{\text{III}}{2} \\ \text{Liczba mniejsza} \quad \overset{\text{II}}{3} \overset{\text{III}}{5} = 0. \overset{\text{II}}{0} \overset{\text{III}}{3} \overset{\text{III}}{5} \\ \hline \text{Reszta} \quad 7. \overset{\text{III}}{3} \overset{\text{III}}{6} \overset{\text{III}}{7} \end{array}$$

Fundament tey operacyi tenże sam iest, co Addycyi. Bo ieżeli w *Przykładzie pierwszym*, obydwie Frakcye do iednego Denominatora zredukuję przez *Prze: II*, będzie przez *Przestr: I*. Frakcya większa $= \frac{452}{1000}$, a Frakcya druga $= \frac{129}{1000}$, a zatym Frakcya mniejszą odciągnąwszy od Frakcyi większey, będzie $\frac{452}{1000} - \frac{129}{1000} = \frac{323}{1000} = 3. \overset{\text{III}}{2} \overset{\text{III}}{8} \overset{\text{III}}{2}$, przez *Defin: I*.

Przeştıruga. Chcąc od liczb całkowitych odciągnąć Frakcye dziesiętkowe, przyday do liczb całkowitych tyle cyfer, ile iest kresiek nad

23)(225)(23-

nad ostatnią figurą, Frakcyi daney do odcią-
gnięcia. Tak mając odciągać od 8 liczb cał-
kowitych, trzy setne, to jest 0.03, doday do 8
dwie cyfry, a będzieś miał $8.00 + 0.03 = 7.97$

PROPOZYCYA II.

*Frakcye dziesiętkowe multipli-
kować. Decimales
multiplicare.*

Frakcye dziesiętkowe multiplikują się
jak liczby całkowite, o których w Pro:
V. Rozdziale I, niemając żadnego względu
na kreski nad figurami Frakcyi do multi-
plikowania danych, położone. Lecz aże-
by w produkcie można było odciążyć
liczby całkowite od części dziesiętkowych,
z tey przyczyny zbierają się kreski nad
liczbami danemi do mnożenia położone,
których Summa powinna się kłaść nad o-
statnią figurą produktu, a odciąwszy w pro-
dukcie tyle figur od prawey ręki, ile jest
kreszek nad ostatnią, te które się z lewey
ręki po tym odcięciu zostają, będą zna-
zyły liczby całkowite.

P

Przy-

Przykład pierwszy. | *Przykład drugi.*

$\begin{array}{r} \text{II} \\ 4. 05 \\ \text{I} \\ 3. 2 \\ \hline 810 \\ 1215 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{III} \\ 0. 745 \\ \text{II} \\ 42 \\ \hline 1490 \\ 2980 \\ \hline \end{array}$
---	---

Produkt 12. 960 ^{III} | Produkt 0. 31290 ^V

Przykład trzeci.

$$\begin{array}{r} \text{IV} \\ 0. 000356 \\ \text{IV} \\ 0. 0048 \\ \hline 2848 \\ 1424 \\ \hline \end{array}$$

Produkt 0. 0000017088 ^X

Sposob ten na moltiplikacya Frakcyi dziesiatkowych podany przez tie jest oczywisty, w pierwszym albowiem Przykla-

dzie $4. 05 = \frac{405}{100}$, a $3. 2 = \frac{32}{10}$ przez Defn: I, a przez Prop: X Rozdz: II $\frac{405}{100} \times \frac{32}{10} = \frac{12960}{1000} = 12.960$ przez Def: I, y Przeft: I.

Z tegoż pierwszego Przykladu rzecz oczywista jest, ze tylko trzy figury dziesiatkowe od konca produktu odcinaia sie, dla

dla tego, iż w obydwu Frakcyach do multiplikowania danych, trzy tylko kretek, dziesiątkowe były. W innych zaś dwóch Przykładach, iż Frakcyje do mnożenia dane więcej mają kretek, niżeli produkt ich mają, z tej przyczyny dodaje się na lewey stronie produktow, cyfer tyle, ile ich potrzeba do wyrównania liczbie kretek, nad Frakcyami danemi do mnożenia położonych. Procz tego kładzie się na samym początku cyfra z punktem, na oznaczenie miejsca liczb całkowitych.

Przeestroga I. Jeżeliby zaś w której z liczb do multiplikowania danych, progressyja dziesiątkowa przerwana była, spełnić ją naprzód cyframi potrzeba przez Definięą III.

Tak chcąc multiplikować $45^{\text{I III}} \times 3.2^{\text{II}}$ dopełniam naprzód cyframi obydwie dane Frakcyje, $45^{\text{I III}} = 405^{\text{III}}$, a $3.2^{\text{II}} = 3.02^{\text{II}}$. Toż zmultiplikowawszy je między sobą, mam produkt 1.22310^{V} .

Przeestroga II. A gdy jedna liczba będzie całkowita, druga zaś w Frakcyach dziesiątkowych, tedy w produkcie tyle tylko od końca odcina się figur, ile jest kretek nad ostatnią figurą jedney owej Frakcyi. Tak

$3^{\text{II}} \times 4.25^{\text{II}} = 12.75^{\text{II}}$

PRO-

PROPOZYCYA III.

Frakcye dziesiętkowe dzielić, Decimales dividere.

Przez Frakcyą która iest Dzielnikiem, podziel Frakcyą do dzielenia daną, tak iak się mowiło o dzieleniu liczb całkowitych w *Propo: VI Rozdziale I*, na rozeznanie zaś w Wielorazie liczb całkowitych od części dziesiętkowych, liczbę kretek będących w Dzielniku, odciągnij od liczby kretek będących w liczbie podzielney, reszta pokaże ile figur w Wielorazie od prawey ręki, na części dziesiętkowe odciąć potrzeba, ażeby ie rozeznąć od liczb całkowitych. Jeżeli zaś w Wielorazie figur położonych mniej iest, tedy na początku dodają się cyfry; iako tego masz wizerunek w Przykładzie trzecim.

Przykład pierwszy.

$$\begin{array}{r} \text{II} \qquad \qquad \text{V} \qquad \qquad \text{III} \\ 3 \mid 0.13563 \mid 4.521 \end{array}$$

Przykład drugi.

$$\begin{array}{r} \text{II} \qquad \qquad \text{III} \qquad \text{I} \\ 5.24 \mid 18.864 \mid 3.6 \end{array}$$

Przykład trzeci.

$$\begin{array}{r} \text{III} \qquad \qquad \text{VIII} \qquad \text{IV} \\ 27.589 \mid 0.35400000 \mid 0.01283 \end{array}$$

Ope-

Operacyi tę w dzieleniu Frakcyi dziesiętkowych fundament jest niezawodny. Bo wzięwszy na dowód *Przykład pierny*,

Dzielnik ^{II} 3 przez *Defin*: I $\frac{1}{100000}$, a liczba

do podzielenia dana 0. 1 3 5 6 3 $\frac{13563}{100000}$, a zatym podług Reguła na dywizyę Frakcyi w Rozdziale II podanych, dzieląc Numeratora 13563, przez Numeratora 3, y Denominatora 100000, przez Denominatora 100, tak iak gdyby były liczby cał-

kowite, masz za Wieloraz ^{III} $\frac{4521}{10000} = 4. 5 2 1$ przez *Defin*: I, który Wieloraz tenże sam w *Przykładzie piernym* wypadł.

Przeztroga. Gdyby w Dzielniku, lub w liczbie podzielney progressya przerywana była, tedy spełniwszy wprzód wakujące miejsca cyframi, odpraw potym Dywizyą sposobem wzwyż podanym.

PROPOZYCYA IV.

Liczbę całkowitą, lub liczbę łamaną na części dziesiętkowe redukować.

Daymy naprzód, że masz redukować na części np. dziesiętkowe, liczbę całkowitą 6, moltiplikuy 6X10, a pod produktem 60 napisawszy Denominatora 10, będziesz miał Frakcyą z danym Denomi-

na-

natorem $\frac{1}{100} = 6.0$ przez Definię I. Podobnież redukując liczbę całkowitą 28 do części setnych, masz $28 \times 100 = \frac{2800}{100} = 28.00$.

Daymy *powtore* Frakcyę $\frac{1}{3}$ ażeby ją redukować na części tysięczne. Przez Licznika 3 multiplikuy 1000, a produkt 3000 podziel przez Mianownika 3. Wielo-raz 600 będzie Numeratorem nowey Frakcyi z Denominatorem 1000, $\frac{600}{1000}$ która jest daney Frakcyi we wszystkich równa.

Podobnież czyn, chcąc redukować Frakcyę $\frac{1}{7}$ na części stotyśięczne, to jest do Denominatora 100000, a będziesz miał Frakcyę $\frac{1}{7} > 0.42857$, ale (*) < 0.42858 , to jest że Frakcyę $\frac{1}{7}$ coś więcej czyni, nad tę Frakcyę stotyśięczną 0.42857 , ale mniej

od tej Frakcyi stotyśięczney 0.42858 , od której uchyla się przez brak Frakcyi $\frac{1}{700000}$. Ta bowiem Frakcyę dziesiątkowa wynaleziona jest przez naybliższe przychylenie się do daney Frakcyi $\frac{1}{7}$, y w prawdziwych bez braku terminach żadną miarą wyrażona być nie może, iako uważa wielki Filozof Wolsulz. Prze-

(*) Znaki $>$ y $<$ pierwszy $>$ bierze się u Matematyków za znak słabości, a drugi $<$ za znak mocności.

Przestroga. Zażycie tey Propozycyi wielce potrzebne iest, iż to do podzielenia liczb, w których po ostatnim odciągnięciu zostaje się cokolwiek, iż do wyciągania Scian. Bo w oboim tym razie za pomocą tey Propozycyi, możesz mieć Frakcyą dziesiątkową coraz bardziey a bardziey do rzetelnych terminow Wieloraza, lub Sciany przychylającą się. Fundament całej tey Operacyi niezawodny wiasz z Reguły Proporcyi, bo wziąwszy na przykład z drugiego Przykładu Frakcyą $\frac{5}{3} = \frac{1000}{600}$.

PROPOZYCYA V.

Części dziesiątkowe do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Chcąc wiedzieć ile funtow Kamienia Warszawskiego zamykaią w sobie następujące Frakcye dziesiątkowe 750? ^{III.} Ponieważ kamień ieden Warszawski dzieli się na funtow 32, idzie zatym, że danę Frakcye dziesiątkowe potrzeba redukować do Denominatora 32, a że przez Definicję I, ^{III.} części dziesiątkowe 750 równe są następującej Frakcyi $\frac{750}{1000}$ z tey przyczyny multiplikuję Numeratora 750 przez danego świeżo Denominatora 32, to iest 750×32 , a pro-

a produkt 23000 po dzieliwszy przez 1000
Denominatora dziesiątkowego, mam $\frac{23}{12}$.

a z tym $750 = \frac{23}{12}$. Części tedy dziesiątkowe
do zredukowania wzwyż dane, czynią dwa-
dzieścia trzy, ze trzydziestu dwóch części
kamienia Warszawskiego, to jest: czynią
funtów 23. W tej operacyi czyniemy or-
dynaryinie podług sposobu podanego w
Prop: IV Rozdz: II o redukowaniu Frakcyi
do jakiegokolwiek danego Mianownika.

PROPOZYCYA VI.

*Z Frakcyi dziesiątkowych Scian-
ną Czworgranną, y Sześci-
granną wyciągnąć.*

Sposób wyciągania Scian Czworgran-
nych, lub Sześciogrannych, z liczb tak
całkowitych, iako też, y z liczb łamanych
ordynaryinych podany jest dostateczny
w Rozdziale III. gdzie o tym miejscu mo-
wienia było. Na wyciąganie zaś Scian
z Frakcyi dziesiątkowych Matematycy
partykularne podają Reguły.

*Reguły na wyciąganie Scian Czworgran-
nych z Frakcyi dziesiątkowych.*

- I. Jeżeli Frakcyja dziesiątkowa dana do
wyciągnięcia z niej Sciany Kwadra-
towey,

towey, nad ostatnią twoią figurą ma kresiek do pary, iako w następującym *Przykładzie pierwszym*, tedy wyciąga się z niey Sciana Kwadratowa tak, iak z liczb całkowitych, przez *Prop: I Rozd: III*, a nad ostatnią wyciągnięney Sciany figurą kładzie się połowa kresiek, będących nad ostatnią figurą Frakcyi danej, do wyciągnięcia z niey Sciany Kwadratowej.

II. Jeżeli zaś kreski, nad ostatnią figurą danej Frakcyi są nieparzyste, iako w *Przykładzie drugim*, tedy za przydaniem jednej cyfry, zamienisz je w parzyste, iako tu widzisz wymuze samym *Przykładzie*, a dopiero wyciągnąwszy z liczby owej Scianę Kwadratową ordynaryinym sposobem, nad ostatnią iej figurą napiszesz połowę kresiek owych parzystych, y operacyą zakończysz.

Przykład pierwszy | *Przykład drugi.*

II	I	III	
23.04	4.8	22.500	
		IV	II
		22.5000	4.74

Reguły na wyciąganie Scian Sześciogranych z Frakcyi dziesiętkowych.

I. Jeżeli kreski nad ostatnią figurą danej Frakcyi dziesiętkowej położone na trzy części pełna podzielić się mogą, iako w *Przykładzie pierwszym następującym*, tedy

tedy wyciągnąwszy z Frakcyi owey sposo-
bem w *Prop: III Rozd: III* podanym, Scia-
nę Sześciogranną, nad ostatnią iey figurą
napiszę trzecią część kresiek leżących na
Frakcyą daną do wyciągnięcia z niey Scia-
ny Sześciograttney.

II. Jezeli zaś kresiek owych nad ostatnią fi-
gurą daney Frakcyi położonych na trzy
części zupełna rozciąć nie można, iako w *Pr-
drugim*, tedy doday do owey Frakcyi tyl
cyfer, ażeby kreski nad ostatnią z nich po-
łożone, mogły bydz rozcięte na trzy części
pełna, toż z Frakcyi tym sposobem peł-
nionej, wyciągnąwszy Scianę Sześciogran-
ną, y nad ostatnią iey figurą napisawszy
trzecią część kresiek owych, operacyą za-
kończysz.

Przykład pierwszy.

III I
L. 728 | L. 2

Przykład drugi.

IV VI II
26. 2 144 | 26. 2 14400 | 2. 97

Demonstracya tey Operacyi też sama
jest, co, y wyższych. Bo zrobiwszy Sze-
ściogran z iednego 1, z kilku cyframi po-
troynemi, Scianę iego Sześciograną bę-
dzie, toż samo iedno 1, z tylu cyframi.
ile cyfer potroynych przydałeś: tak 7^3
 $1000 \equiv 10$. $7^3 \cdot 1000000 \equiv 100$. 7^3
 $1000000000 \equiv 1000$. Z tey przyczyny
nad

nad ostatnią figurą wyciągnioney Scianny Sześciogranney, kładzie się trzecia część krefek, które były nad ostatnią figurą Frakcyi danej; krefki albowiem owe są zamiast Denominatorow, iako się wyżej powiedziało.

Przeſtroga I. Szymon Stewinus Frakcyi Dziesiętkowych wynalazca, pierwszy podał sposob do używania tychże Frakcyi zamiast liczb tamanych ordynaryinych, y ten przemysł jego z wielką w Rachunkach Matematycznych wygodą jest wzięty, zwłaszcza że z Frakcyami tego rodzaju z daleko większą łatwością, y tak właśnie iak z liczbami całkowitemi postępować sobie można. Następujący zaś po nim Matematycy Tacquet, Prestet, Reyneau, y Wolsfus, przemysł ten wielce potrzebny objaśnili, utwierdziwszy go własnymi Demonstracyami, których w Stewinie niedostawało.

Przeſtroga ostatnia. Nauka o Frakcyach dziesiętkowych przy początkach Algebry, która jest kluczem do całej Matematyki nawiborniejszym, dawana być zwykła. Z tym wszystkim dogadzając wygodzie tych, którzy Xiążki o Algebrze nie tak łatwo do ręki mieć mogą, szczególniejsze o Fracyach dziesiętkowych Reguły krotko tu zebrałem, za których pomocą, z większą łatwością, dalszej Matematyki Reguły, poymą.

RE-

R E G E S T R

ROZDZIAŁOW, y PROPOZYCYI.

Opisania o Arytmetyce w powszechności 1

R O Z D Z I A Ł I.

O Rachunkach liczb całkowitych, iednego, y różnego gatunku.

Propozycya I. Danej liczby cenę wyrazić. Na karcie - - - 3

Prop: II. Liczby dane tak iednego, iako, y różnego gatunku zbierać - - - 5

Prop: III. Liczby tegoż samego, y różnego gatunku od siebie odciągać - - - 14

Prop: IV. Dowieść należycie uczynionej Addycyi y Subtrakcyi - - - 24

Prop: V. Liczby iednego, y różnego gatunku multiplykować - - - 29

Tablica Pytagorejsowa - - - 39

Tabliczki Nepera Szkota - - - 42

Prop: VI. Dane liczby iednego y różnego gatunku dzielić - - - 43

Prop: VII. Dowieść należycie uczynionej Multiplykacyi, y Dywizyi - - - 60

Prop: VIII. Zamykająca w sobie niektóre ciekawe Zadania, które przez Reguły prostej Arytmetyki rozwiązać można 65

R O Z D Z I A Ł II.

O Rachunkach liczb łamanych.

Definicye, czyli Opisania gruntowne 70

O Znakach Arytmetycznych - - - 72

Axyomata, czyli prawdy niezawodne

Arytmetyczne - - - 73

Prop: I

Prop: I. Danych dwoch liczb znaleść miarę powszechną największą	-	75
Prop: II. Liczbę tamaną na najmniejszy terminy redukować	-	79
Prop: III. Dane Frakcye do iednego Mianownika redukować	-	81
Prop: IV. Liczbę tamaną do iakiegokolwiek danego Mianownika redukować	-	83
Prop: V. Liczbę tamaną na liczby całkowite redukować	-	85
Prop: VI. Liczbę całkowitą na liczbę tamaną do iakiegokolwiek danego Mianownika redukować	-	85
Prop: VII. Ułamki liczby tamaney na iedną prostą Frakcyą zredukować	-	88
Prop: VIII. Liczby tamane dodawać	-	89
Prop: IX. Liczby tamane odciągac	-	90
Prop: X. Liczby tamane moltiplikować	-	91
Prop: XI. Liczby tamane dzielić	-	95
R O Z D Z I A Ł III.		

O Wyciąganiu Scian z liczb danych.		
Definicje, czyli Opisania gruntowne poprzedzające	-	99
Tablica Czworgraniow, y Sześciograniow, aż do 10.	-	103
Propoz: I. Z liczby danej Scianę Kwadratową wyciągnąć	-	104
Prop: II. Scianę Czworgraniową wyciągnąć z liczby niekwadratowej przez najbliższe przychylenie się do rzetelnej iey Sciany, per Approximationem	-	114
Propo: III. Z danej liczby Scianę Sześciograną wyciągnąć	-	121
Prop: IV.	-	

Propoz: IV. Zamykająca w sobie kilka
Zadaniow, którym zadofyc uczynić mo-
żna przez wyciągnięcie Sciany Czwor-
granney, lub Sześciogranney - 130

ROZDZIAŁ IV.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

Definicje, czyli Opisanie gruntowne 133

Lemmata, czyli objaśnienia niezawodne 135

Propozy: I. O Regule Proporcji 136

Prop: II. O Regule Proporcji składaney 144

Prop: III. O Regule Prop: wspak obroconey 147

Prop: IV. Zamykająca w sobie niektóre
sposoby do krotkości, y snadności w od-
prawieniu Reguły Proporcji służące 153

Prop: V. O Regule Towarzystwa, czyli
spotki 155

Prop: VI. O Regule Wiązania 161

Okazanie niezawodności fundamentow
na Regule Wiązania podanych 169

Prop: VII. O Regule Domniemania, czyli
fałszywego założenia 170

Prop: VIII. O Regule dwoiakiego fałszy-
wego założenia 176

Prop: IX. Danym dwom liczbom, trzecią
liczbę proporcjonalną wynaleść 188

Prop: X. Między dwiema danemi liczbami
średnią proporcjonalną wynaleść 189

Prop: XI. Między dwiema danemi liczba-
mi dwie liczby średnie proporcjo-
nalne wynaleść 191

Prop: XII. W ktorej czyni się zadofyc
niektórym potrzebnym Zadaniom przez
Reguły Arytmetyczne 192

R O Z D Z I A Ł V.

O Progresyach, czyli skokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach.

Definicye	196
O Progresyach Arytmetycznych	197
Lemnata	tamże.
Prop: I. Gdy dane będą, największy, y najmniejszy, to jest, pierwszy, y ostatni w Progresyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, znaleźć wszystkich owych terminow Summę generalną	199
Prop: II. Gdy dane będą, termin największy, y najmniejszy, y liczba terminow w Progresyi Arytmetyczney, znaleźć Przewyszkę między terminami owej Progresyi	201
Prop: III. Gdy dane będą, termin najmniejszy, Przewyszka, y liczba terminow, znaleźć termin największy	203
Prop: IV. Gdy dane będą, termin najmniejszy, y termin największy, y Przewyszka między terminami, znaleźć liczbę wszystkich terminow w Progresyi Arytmetyczney	204
O Progresyach Geometrycznych	205
Lemnata	tamże
Prop: V. Gdy dane będą, termin najmniejszy, y największy, y Denominator Progresyi Geometryczney, znaleźć, ile wynosi Summa generalna wszystkich terminow wraz zebranych	209
Prop: VI. Gdy danych będzie kilka terminow Progresyi Geometryczney, znaleźć	ktory-

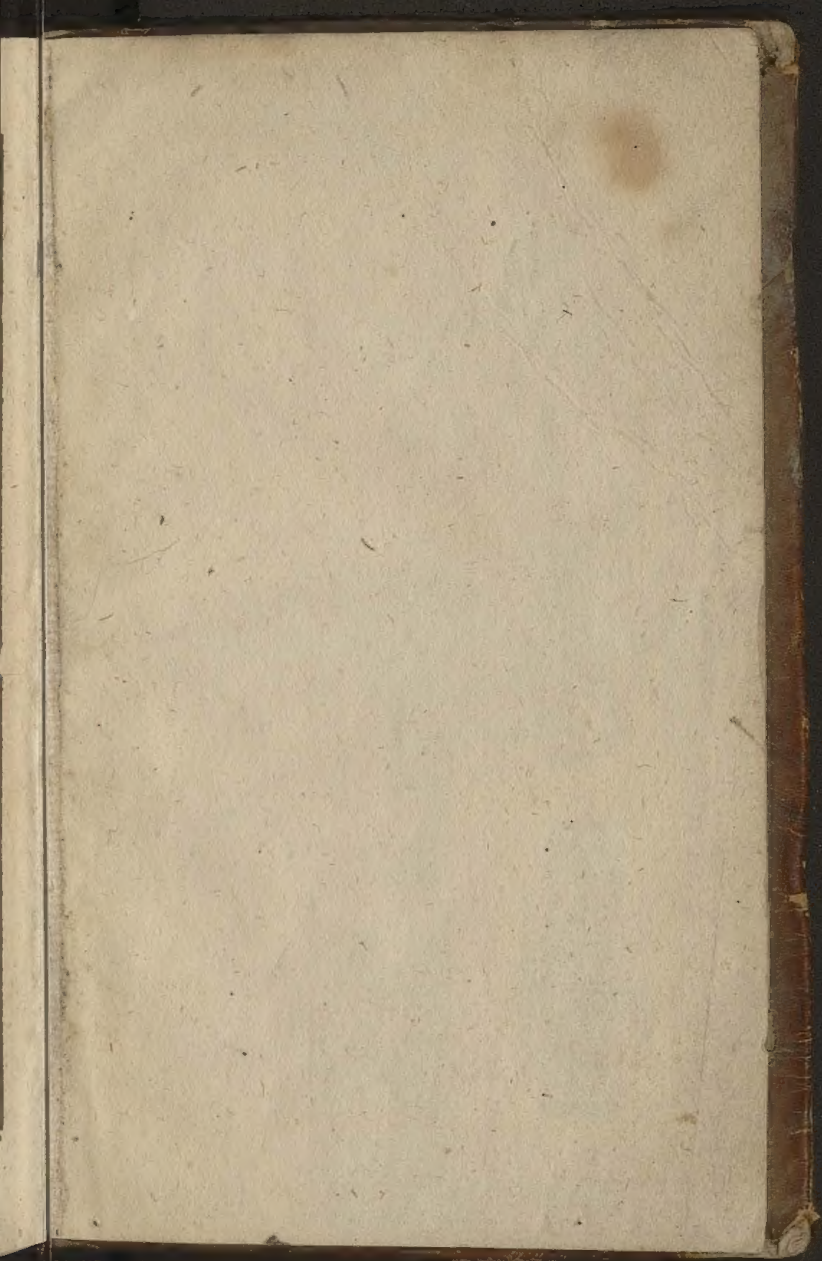
ktorykolwiek inny termin najpóźniej
 w teyże Progresji, niedochodząc nawet
 terminow Średnich, między nim, a da-
 nemi terminami zachodzących 213
 Prop: VII. Zamykająca w sobie kilka cie-
 kawych z Progresji Geometryczney
 Zadaniow 215

R O Z D Z I A Ł VI.

O liczbach łamanych dziesiętkowych.
 Definicje, czyli Opisanie gruntowne 218
 Prop: I. Frakcje dziesiętkowe dodawać,
 y odciągać 222
 Prop: II. Frakcje dziesiętkowe multipli-
 kować 225
 Prop: III. Frakcje dziesiętkowe dzielić 228
 Prop: IV. Liczbę całkowitą, lub liczbę
 łamaną na części dziesiętkowe redu-
 kować 229
 Prop: V. Części dziesiętkowe do jakiego-
 kolwiek danego Denominatora redu-
 kować 231
 Pro: VI. Z Frakcyi dziesiętkowych Scia-
 nę Czworgranną, y Szesciogranną wy-
 ciągnąć 232

Ad M. D. G.

Omyłka na karcie 24. w wierszu 7.
 W następującym Rozdziale, czytaj, w na-
 stępującej Propozycji.



DUBLET
Bib. Jag.

Biblioteka Jagiellońska



stdr0019547

